

Лекція 1

Вступ. Основні етапи розвитку механіки Теоретична механіка містить багато наукових узагальнень, які допомагають майбутнім інженерам різних спеціальностей правильно розуміти ті явища, які вони спостерігають, і робити науково обґрунтовані висновки. Крім того, ця дисципліна є науковою базою багатьох галузей сучасної техніки. Вона є основою таких загальноосвітніх і спеціальних дисциплін, як опір матеріалів, теорія механізмів і машин, гідравліка, деталі машин, динаміка машин та інші, що вивчаються у вузах. Знання теоретичної механіки потрібні студентам для успішного вивчення профільюючих предметів, а також для творчої інженерної діяльності на промисловому виробництві після закінчення коледжу.

Основні етапи розвитку механіки

1 Донауковий період

Арістотель (384-322 р.р. до н.е.) – давньогрецький філософ

У своїх працях Арістотель підбив підсумки більш ніж трьохсотрічного періоду розвитку давньогрецької філософії і дав своє рішення всіх головних проблем цієї філософії, над якими розмірковувало не одне покоління філософів і які стосуються пізнання природи, суспільства, мислення.

У Аристотеля можна знайти і відповідь на питання: як розвивати науку? У роботі Аристотеля "Топіка" описано саме метод розвитку науки, відомий сьогодні під назвою гіпотетико-дедуктивний.

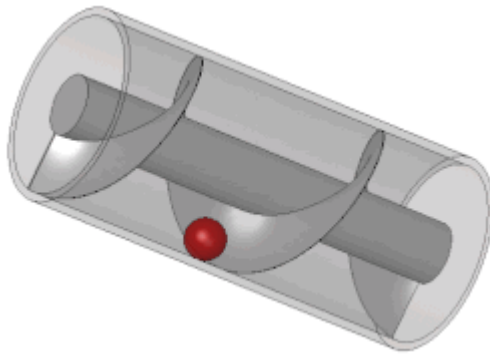
Архімед (287-212 р.р. до н.е.) – давньогрецький фізик, механік, заклав основи статички і гідростатички.



«Така чудова сила однієї людини, одного дарування, вміло спрямована на будь-яку справу... римляни могли б швидко оволодіти містом, якби хто-небудь вилучив з середовища сиракузян одного старця».



Архімед говорив про важіль, теорією якого він займався: «Дайте мені точку опори, я переверну весь світ».



Гвинт Архімеда як і раніше використовується сьогодні для перекачування рідин та гранульованих твердих речовин, таких як вугілля і зерно. Гвинт Архімеда описаний в часи Римської імперії Вітрувієм, можливо, дозволив покращити гвинтовий насос, який використовувався для зрошення Висячих садів Семіраміди.^{[19][20][21]} Перший у світі морський пароплав з гребним гвинтом збудований в 1839 році був названий Архімед на честь Архімеда

Леонардо да Вінчі (1452 -1519) – італійський художник, вчений

«Ті, які віддаються практиці без знання, схожі на моряка, що відправляється в дорогу без керма і компаса ... практика завжди повинна бути заснована на хорошому знанні теорії».

«Будь-які перешкоди долають наполегливістю»

«Бог продає нам усе ціною праці».

Леонардо да Вінчі відомий своїми науковими досягненнями. Він видав розлогі записи та зошити, наповнені малюнками та детальними нотатками з різноманітних тем, від анатомії людини до летальних машин. Його анатомічні малюнки, базовані на ретельних розтинах і спостереженнях, значно випереджали свій час.

Леонардо був винахідливим інженером та винахідником. Він створив проекти літальних апаратів, танків, водяних насосів та інших машин, які були далеко попереду його епохи. Хоча багато з його винаходів так і не було побудовано за його життя, вони виявилися дивовижно пророчими, антиципуючи сучасні технології на століття вперед.

Леонардо залишив по собі спадщину одного з найуніверсальніших геніїв в історії людства. Він є символом Відродження – епохи, яка цінувала знання та інтелектуальний розвиток. Леонардо да Вінчі вплинув не лише на мистецтво та науку своєї епохи, але й продовжує надихати нові покоління митців, вчених і інженерів по всьому світу.

Винахідник Микола Коперник (1473-1543) – польський астроном, математик



Кілька розділів «*Про колові рухи...*» присвячено питанням плоскої і сферичної [тригонометрії](#).

Тригонометрія — розділ елементарної математики, що лежить на перетині алгебри та геометрії і вивчає співвідношення між сторонами й кутами трикутників, дозволяючи проводити кутові обчислення через спеціально визначені функції кутів.

узагальнив його геліоцентричну теорію. У ньому були перелічені твердження, на яких базувалася теорія, а саме:

Не існує єдиного центру всіх небесних кіл або сфер.'

Центр Землі не є центром Всесвіту, а лише центром, до якого рухаються важкі тіла, і центром місячної сфери.

Усі сфери оточують Сонце так, ніби воно перебуває у центрі всіх, і тому центр Всесвіту знаходиться поблизу Сонця.

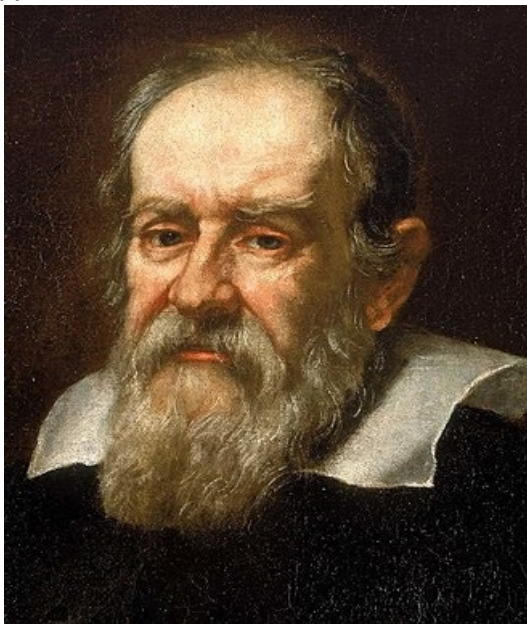
Відношення відстані Землі від Сонця до висоти небозводу (зовнішньої небесної сфери, що містить зірки) настільки менше, ніж відношення радіуса Землі до її відстані від Сонця, що відстань від Землі до Сонця непомітна в порівнянні з висотою небозводу.

Будь-який рух, який з'являється на небозводі, виникає не від руху небозводу, а від руху землі. Земля разом із навколишніми елементами здійснює повний оберт навколо своїх фіксованих полюсів у щоденному русі, тоді як небесна твердь і найвище небо залишаються незмінними.

Те, що здається нам рухом Сонця, виникає не від його руху, а від руху Землі та нашої сфери, завдяки якій ми обертаємося навколо Сонця, як будь-яка інша планета. Отже, Земля має більше ніж один рух.

Очевидний ретроградний і прямий рух планет виникає не через їх рух, а через рух Землі. Отже, лише руху Землі достатньо, щоб пояснити стільки очевидних нерівностей на небі.

Галілео Галілей (1564-1642) – італійський механік, фізик, основоположник динаміки



видатний італійський мислитель епохи Відродження, засновник класичної механіки, фізик, астроном, математик, один із засновників сучасного експериментально-теоретичного природознавства, поет і літературний критик.

Першим серйозним винаходом Галілея були гідростатичні ваги для швидкого визначення складу металевих сплавів (1586); визначив питому вагу повітря. Винайшов термоскоп, що є прообразом термометра. Висунув ідею застосування маятника в годиннику. Проводив фізичні дослідження присвячені також гідростатиці, міцності матеріалів.

Галілей у 1609 побудував свій перший телескоп з трикратним збільшенням, а трохи пізніше — зі збільшенням у 32 рази, як він сам писав згодом, «побудував собі прилад у такому ступені чудесних, що з його допомогою предмети

здавалися майже в тисячу разів більші і більш ніж у тридцяти разів ближчі, ніж при спостереженні простим оком.

В основі світогляду Галілея лежить визнання ним об'єктивного існування світу, нескінченного та вічного, при цьому Галілей припускав божественну першопричину. У природі, за Галілеєм, ніщо не знищується і не породжується, відбувається лише зміна взаємного розташування тіл або їхніх частин. Матерія складається з неподільних атомів, її рух — універсальне механічне пересування. Небесні світила подібні до Землі й підкоряються єдиним законам механіки.

Усі процеси в природі зумовлені суворою механічною причинністю. Звідси справжня мета науки — відшукати причини явищ. Вихідний пункт пізнання природи, за Галілеєм, — спостереження, а основа науки — досвід. Галілей стверджував, що задача вчених не добувати істину із зіставлення текстів визнаних авторитетів та шляхом абстрактних, відсторонених міркувань, а «...вивчати велику книгу природи, що і є справжнім предметом філософії».

2 Класична механіка

Ісаак Ньютон (1642-1727) – “Математичні початки натуральної філософії”



Михайло Ломоносов (1711-1765) – фізик, хімік, перший російський натураліст
Леонард Ейлер (1707-1783) – математик, механік

3. Аналітична механіка

Жозеф Лагранж (1736-1813) – французький математик, механік – аналітична статика

Ж.Д'Аламбер, П.С.Лаплас, К.Якобі, Г.Герц, С.Чаплигін – вчені механіки

4 Релятивістська механіка

Альберт Ейнштейн (1879-1955) – фізик-теоретик

Теоретична механіка – це наука що вивчає загальні закони механічного руху матеріальних тіл і встановлює загальні прийоми та методи розв’язку питань пов’язаних з цим рухом. Увага приділяється вивченню основних понять і аксіом статички, умов рівноваги збіжних сил, плоскої системи сил довільно розташованих, просторової системи сил, визначенню центра ваги тіла, вивчаються розділи кінематика та динаміка. **Механіка – це цілий комплекс дисциплін, які вивчають механічний рух різних матеріальних тіл.**



Механічною взаємодією тіл називаються такі дії матеріальних тіл одне на друге, в результаті яких виникає рух цих тіл або зміна механічного стану

.За основну міру цих дій прийнято брати умовну величину, яка називається **силою**. Механічним рухом тіла називається зміна положення тіла відносно іншого тіла, яка відбувається з плином часу.

Приклади механічних рухів:

1) рухи небесних тіл; 2) рух наземних, водних і літальних апаратів; 3) повітряні і морські течії; 4) рухи частин машин і механізмів;

Приклади механічних взаємодій:

1) взаємні притягування матеріальних тіл за законом всесвітнього тяжіння; 2) взаємні тиски тіл, що співдотикаються або співударяються; 3) дії частинок рідини чи газу одних на інші та на тіла, які рухаються в них або перебувають у стані спокою.

Для вимірювання всіх механічних величин досить ввести три основні одиниці виміру. Двома з них прийнято вважати одиниці довжини (**м**) і часу (**с**). У міжнародній системі одиниць виміру фізичних величин (**SI**) третьою одиницею вибрано одиницю виміру маси (**кг**)- отже, основними одиницями вимірювання механічних величин в **SI** є метр (1 м), кілограм (1 кг), секунда (1 с).

Одиниця виміру сили в системі SI є похідною одиницею, що називається ньютоном (1 Н) і дорівнює силі, яка надає масі в 1 кг прискорення 1м/с^2 , тобто

$$N = \text{кг} \cdot \text{м/с}^2$$

Питання для самоперевірки: 1. Що таке механічний рух? 2. Які механічні рухи ви знаєте? 3. Що вивчає технічна механіка? 4. Які розділи теоретичної механіки? 5. Наведіть приклади механічних взаємодій

Лекція 2

Абсолютно тверде тіло (А.Т.Т.) – це таке тіло, в якому відстань між будь-якими двома точками лишається незмінною під дією будь-яких сил.

В дійсності всі тіла в природі під дією різних причин змінюють свою форму, тобто деформуються, але для твердих тіл ці деформації дуже малі та є незначними, а отже при виведенні загальних законів механіки ними поступаются. Таким чином, поняття про А.Т.Т. є умовним, але разом з тим і необхідним, адже тільки в цьому разі основні закони рівноваги будуть справедливими.

Матеріальна точка - тверде тіло, що має масу, але розмірами якого можна зневажати.

Будь яке тіло складається з матеріальних точок. А.Т.Т. – незмінна система матеріальних точок.

Сила – механічна дія одного тіла на інше.

Вільне тіло – тіло, яке може переміщуватись будь куди в просторі.

Невільне тіло – якщо переміщення в де яких напрямках неможливі.

Зв'язки – тіла, що обмежують рух даного тіла, та роблять його невільним.

Реакції зв'язків – сили, з якими зв'язки діють на тіло, перешкоджаючи тим його переміщенню в якихось напрямках.

Сила – векторна величина (модуль, напрямок, точка прикладання).

Для сили характерні три параметри:

- 1 (відрізок, числове значення - модуль);
- 2 Точка прикладання (т. А - початок);
3. Пряма, по якій направлена сила, називається лінією дії сили .

За одиницю сили в Міжнародній системі одиниць виміру СІ приймається ньютон (Н) .

Сукупність кількох сил, які діють на дане тіло або систему тіл, називається **системою сил** .

Сила, еквівалентна певній системі сил, називається рівнодіючою .

Система сил, яка прикладена до твердого тіла, яке знаходиться в покої, не виводить його з цього стану, називається системою сил які взаємо урівноважені .

Сили, які діють на механічну систему, ділять на дві групи: зовнішні і внутрішні сили..

За системою СІ сила вимірюється в Ньютонах.

$$1 \text{ кгс} = 9,81 \text{ Н} \Rightarrow 1 \text{ Н} = 0,102 \text{ кгс}$$

$$1 \text{ кН} = 10^3 \text{ Н}; 1 \text{ МН} = 10^3 \text{ кН} = 10^6 \text{ Н}$$

Для вимірювання сил використовують прибори динамометри.

Система сил – сукупність двох або більше сил, що прикладені до тіла.

Дві системи сил називають **еквівалентними**, якщо вони на одне й те саме тіло, оказують однакову дію.

Якщо система сил еквівалентна одній силі, то така сила зветься **рівнодіючою**, а замінені нею сили – складаючи ми.

Складання сил – визначення рівнодіючої сили за даними, що її складають.

Розкладання сил – заміна однієї сили кількома.

Урівноважуюча сила - сила, що дорівнює за модулем рівнодіючий та спрямована по лінії її дії в протилежний бік.

Зовнішні сили – сили, що діють на тіло або дану систему тіл з боку інших тіл.

Внутрішні сили – сили взаємодії між окремими точками одного тіла.

Рівновага – стан покою чи рівномірного прямолінійного руху.

Система зовнішніх сил, що прикладена до тіла, яке знаходиться в стані спокою або рівномірного прямолінійного руху зветься **врівноваженою**. Врівноважена система сил **$R=0$** .

В основі статички лежить ряд аксіом, що являють собою результат узагальнень численних дослідів і спостережень за рівновагою і рухом тіл, неодноразово

підтверджених практикою. Аксиоми статки є вихідними положеннями дослідного характеру, що приймаються без доведення. Вони формулюються так.

Аксиома 1. Вільне абсолютно тверде тіло може знаходитися під дією двох сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ у рівновазі тоді й тільки тоді, коли ці сили рівні за модулем $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$ і діють уздовж однієї прямої aa у протилежних напрямках (рис. 1.3):

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2.$$

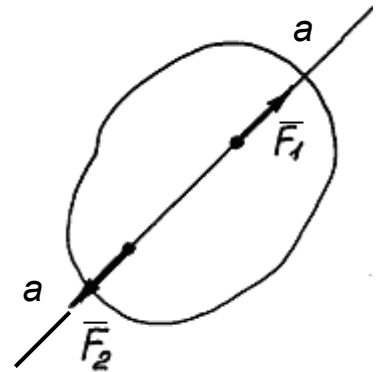


Рис. 1.3

У механіці така система сил має назву “двійка сил”. Ця аксіома визначає найпростішу зрівноважену систему двох сил, оскільки досліди свідчать, що вільне тіло, на яке діє тільки одна сила, знаходиться в рівновазі не може.

Аксиома 2. Дія заданої системи сил на абсолютно тверде тіло не порушується, якщо до неї додати або відняти зрівноважену систему сил (наприклад, двійку сил).

Наслідок з аксіоми 2. Не порушуючи стану абсолютно твердого тіла, точку прикладання сили можна переносити вздовж її лінії дії.

Доведення. Нехай на абсолютно тверде тіло діє сила $\vec{F}$, прикладена в точці A (рис. 1.4). Візьмемо на лінії дії aa цієї сили довільну точку B і прикладемо в ній дві сили $\vec{F}_1, \vec{F}_1'$ (двійку сил), що дорівнюють за величиною силі $\vec{F}$, тобто $(F = F_1 = F_1')$.

Таку двійку сил можемо прикласти на підставі аксіоми 2. Сила $\vec{F}$, яка прикладена в точці A , і сила $\vec{F}_1$, прикладена в точці B , складають, за побудовою, зрівноважену систему сил. Тому її можна відкинути, не порушуючи стану рівноваги тіла. Отже, залишається

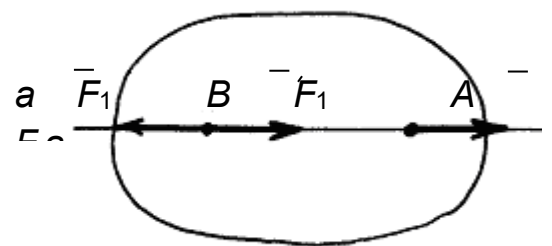


Рис. 1.4

сила $\vec{F}_1'$, яка прикладена в точці B і дорівнює за величиною початковій силі $\vec{F}$. За інженерними розрахунками цим наслідком можна користуватися лише тоді, коли визначаються умови рівноваги конструкції і не розглядаються внутрішні зусилля, що виникають в її окремих частинах. Цей наслідок визначає силу як вектор, що ковзає по власній лінії дії, не залишаючи тіло (сила є ковзним вектором).

Аксіома 3 (аксіома про паралелограм сил). Система двох сил, прикладених в одній точці до абсолютно твердого тіла, має рівнодійну, яка зображується діагоналлю паралелограма, побудованого на цих силах, і прикладена в тій самій точці (рис. 1.5).

Вектор $\vec{R}$, який дорівнює діагоналі паралелограма, побудованого на векторах $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$, як на сторонах, називається *геометричною сумою* цих векторів:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2. \quad (1.1)$$

У цій аксіомі сформульовано правило векторного додавання сил. Тому її можна

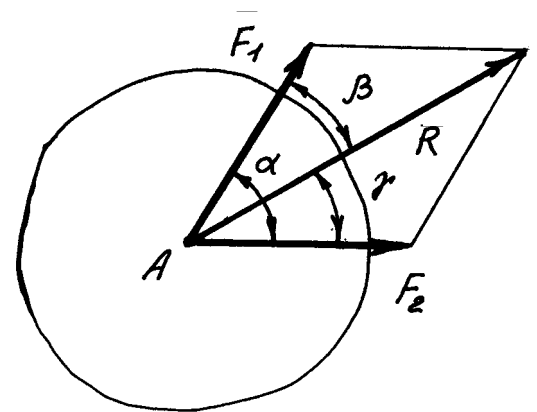


Рис. 1.5

сформулювати ще так: дві сили, які прикладені до абсолютно твердого тіла в одній точці, мають рівнодійну, що дорівнює геометричній (векторній) сумі цих сил і прикладена в тій самій точці.

Модуль рівнодійної

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha}, \quad (1.2)$$

де α - кут між векторами $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$.

При однаковому напрямі сил ($\cos \alpha = 1$) $R = F_1 + F_2$, а при протилежному ($\cos \alpha = -1$) $R = F_1 - F_2$.

Будь-яку силу $\bar{R}$ також можна єдиним способом розкласти на дві складові сили $\bar{F}_1$ і $\bar{F}_2$ за двома заданими напрямками, які утворюють кути β і γ з напрямком цієї сили:

$$F_1 = R \frac{\sin \gamma}{\sin(\beta + \gamma)}; \quad F_2 = R \frac{\sin \beta}{\sin(\beta + \gamma)}. \quad (1.3)$$

Аксиома 4. Сили взаємодії двох матеріальних тіл $\bar{F}_{12}$ (сила дії тіла 1 на тіло 2) і $\bar{F}_{21}$ завжди рівні за величиною ($F_{12} = F_{21}$) і діють по одній прямій aa у протилежних напрямках (рис. 1.6).

Ця аксіома є третім законом Ньютона. Сили взаємодії двох тіл не створюють систему зрівноважених сил (двійку сил), бо вони прикладені до різних тіл.

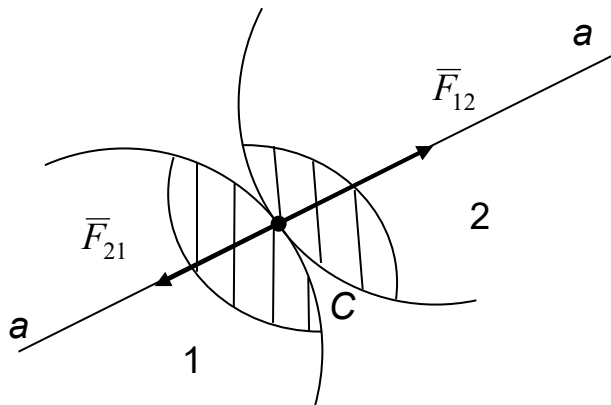


Рис. 1.6

Аксиома 5. Рівновага здеформованого тіла не порушиться, якщо воно затвердіє.

Аксиома 6. Невільне матеріальне тіло можна розглядати як вільне, якщо в'язі замінити їх реакціями. Ця аксіома має також назву – принцип звільнення від в'язей, який використовують при складанні рівнянь рівноваги будь-якої конструкції.

У статиці також зустрічаються задачі про рівновагу тіла, що складається з декількох твердих тіл, зв'язаних між собою. Таке тіло знаходиться в рівновазі, якщо в рівновазі перебувають всі складові тіла. У деяких випадках таке тіло розглядають як одне абсолютно тверде тіло. Принцип затвердіння широко використовується в інженерних розрахунках.

Тіла поділяють на **вільні** і **невільні**. Під абсолютно вільним тілом розуміють тіло, яке може переміщуватися в просторі в будь-якому напрямку. Більшість тіл - невільні, їх рух обмежується взаємодією з іншими тілами.

Тіла, які обмежують рух даного тіла в просторі, називаються **в'язями**.

Сила, з якою зв'язок діє на дане тіло, називається **реакцією в'язі** (Сили протидії з боку в'язів).

Приклади зв'язків: підлога, стіна, трос, канат, мотузка, дріт, будь-яка поверхня, жорсткі стержні, колони, підшипники, підп'ятники, різні шарніри і таке інше.

На основі **III закону НЬЮТОНА** між двома тілами при взаємодії виникають сили дії і протидії, які рівні за величиною і протилежні за напрямом.

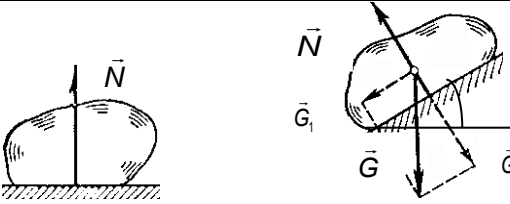
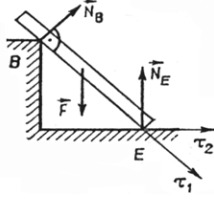
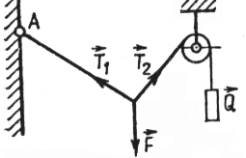
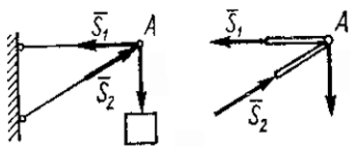
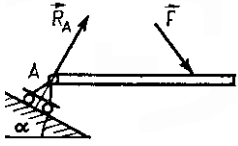
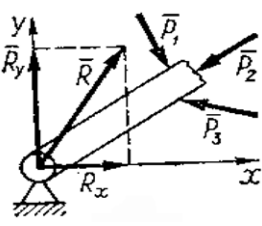
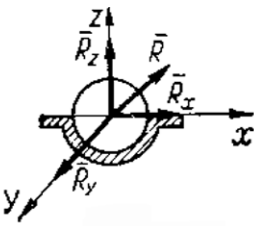
Активні сили намагаються переміщувати тіло, до якого вони прикладені. Це сили тяги, сили тяжіння, сили електричної взаємодії, сили тиску вітру, води або інше зовнішнє навантаження.

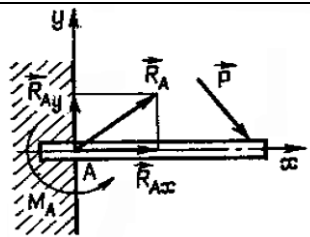
Для визначення реактивних сил (або реакцій) треба застосовувати принцип звільнюваності: **усяке невільне тіло можна розглядати як вільне, якщо відкинути зв'язки і замінити їх реакціями - тіло буде перебувати під дією системи активних і реактивних сил.**

Загальне правило: напрям реакції зв'язку завжди протилежний дії активних сил на даний зв'язок.

Реакції зв'язків завжди невідомі в задачах механіки. При вирішенні задач спочатку треба знайти їх напрям - залежно від виду зв'язку, а потім обчислити їх величину. Для цього існують різні методи визначення реакцій для кожної системи сил.

У конструкціях трапляються різні зв'язки, які можна за деякими подібними ознаками об'єднати у групи. За кількістю реакцій і своєю конструкцією зв'язки можна поділити на прості і складні. Розглянемо приклади простих зв'язків і реакцій в н

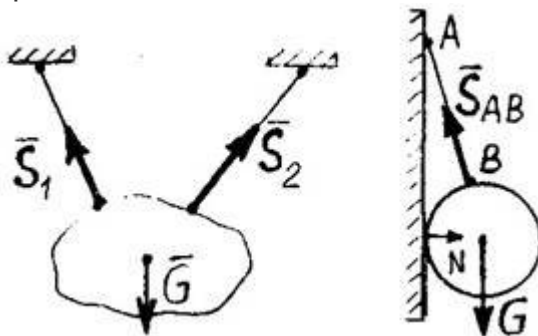
Вид в'язі та напрям її реакції	Графічне зображення в'язі та її реакції
1. Ідеально гладка поверхня Реакція N напрямлена вздовж нормалі до поверхні в бік тіла	
2. Опорна точка чи ребро Реакція N напрямлена перпендикулярно до поверхні тіла чи опорної поверхні в бік тіла	
3. Гнучка в'язь (нитка, ланцюг, канат) Гнучка в'язь може бути тільки розтягнутою, тому реакція T напрямлена вздовж в'язі до точки підвісу	
4. Ідеальний стержень, кінці якого закріплені шарнірно, навантажений на кінцях Реакція S напрямлена вздовж стержня. Ідеальний стержень працює на розтяг або на стиск	
5. Рухомий циліндричний шарнір Реакція R напрямлена перпендикулярно до опорної поверхні	
6. Нерухомий циліндричний шарнір (радіальний підшипник, петля) Реакція лежить в площині, перпендикулярній до осі шарніра, напрямок її невідомий. Реакцію зображають її складовими: R_x і R_y; $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$	
7. Сферичний шарнір, упорний підшипник, підп'ятник Напрямок реакції в просторі може бути довільним в залежності від активних сил, її зображають у вигляді трьох складових: R_x, R_y, R_z; $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$	

8. Жорстке закріплення у випадку дії на тіло плоскої системи сил Реактивні сили можна зобразити у вигляді реактивного моменту M_A та опорної реакції R_A: $R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2}$	
---	---

В'язі(зв'язки) та їх реакції

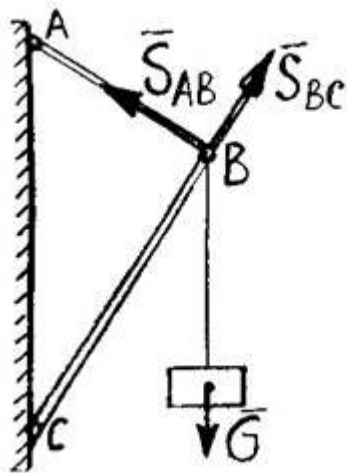
Подробиці про деякі з них:

ГНУЧКІ ЗВ'ЯЗКИ - це ланцюги, канати, мотузки, нитки, троси, проводи, дроти.



Особливість гнучких зв'язків: під вантажем вони тільки розтягуються (стискатись не можуть). Реакції гнучких зв'язків завжди напрямлені вздовж зв'язків від тіла. S_1 , S_2 , S_{AB} - це і є реакції гнучких зв'язків.

ЖОРСТКІ СТЕРЖНІ - це довгі тонкі елементи конструкцій із дерева,



металу, залізобетону Кінці їх закріплені шарнірно. Реакції прямих стержнів завжди напрямлені вздовж стержнів.

Жорсткі стержні під вантажем можуть і стискатись, і розтягуватись: під дією сили тяжіння вантажу стержень **AB** розтягується, стержень **BC** - стискається. Конструкція із двох стержнів називається **кронштейном**.
 S_{AB} і S_{BC} - це і є реакції стержнів.

При вирішенні задач статки треба знати спочатку напрям реакцій зв'язків, а потім визначити їх величину.

Якщо у задачі лінії дій активних сил і реакцій зв'язків перетинаються у одній точці, то така система сил називається **плоскою системою збіжних сил**. Існує **три способи визначення невідомих реакцій для такої системи сил**:

1 **Аналітичний** - треба скласти відповідні рівняння рівноваги і розв'язати їх відносно невідомих реакцій. Це є найбільш загальний спосіб для всіх задач механіки. Наприклад: $\Sigma F_{ix}=0$; $\Sigma F_{iy}=0$.

2 **Графічний** - треба зобразити у масштабі замкнений багатокутник сил, сторони якого відповідно паралельні векторам заданих активних сил і реакцій зв'язків. Значення невідомих реакцій знаходяться шляхом вимірювання у тому ж масштабі сторін багатокутника, відповідних реакцій зв'язків.

3 **Геометричний** - якщо у задачі одна активна сила і дві невідомі реакції, то багатокутник буде трикутником, до якого можна **застосувати будь-яку формулу з математики**: теорему **синусів, косинусів, Піфагора або тригонометричні функції** (залежно від форми трикутника), і визначити таким чином **невідомі реакції як сторони трикутника**.

При вирішенні задач різними способами відповіді реакцій повинні співпадати.

Приклади застосування різних способів визначення реакцій зв'язків будуть розглядатись досконало на практичних заняттях.

Питання для самоперевірки

- 1 Що називається статикою?
- 2 В чому полягає відносний спокій та відносна рівновага?
- 3 Що зветься силою та в яких одиницях вона вимірюється?
- 4 Чим характеризується сила?
- 5 Які сили відносять до зовнішніх, а які до внутрішніх?
- 6 Які системи сил називають еквівалентними?
- 7 Яка сила зветься рівнодіючою?
- 8 Яка сила зветься урівноважуючою?
- 9 Які тіла називають вільними, а які невільними?
- 10 Сформулюйте аксіоми статки.
- 11 Які тіла називають вільними, а які невільними?
- 12 Що називають зв'язком?

13 Що зветься реакцією зв'язку?

14 Які види зв'язків ви знаєте (укажіть напрямки їх реакцій)?

Лекція 3

Система збіжних сил - це система сил, лінії дії яких перетинаються в одній точці.

Найпростішу ПСЗС утворюють дві сили, що додані в одній точці. Рівнодіюча двох сил, прикладених до точки, може бути знайдена по аксіомі 4 статки побудовою паралелограма сил.

На заданих силах будуюмо паралелограм ABCD - діагональ A D зображує шукану рівнодіючу R.

Чисельне значення R визначається із трикутника ADB, застосувавши теорему косинусів.

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2 \cos ABD}$$

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos ABD}$$

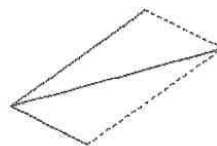
$$\cos ABD = \cos(180 - \alpha) = -\cos \alpha$$

Побудовою паралелограма або трикутника сил може бути вирішене й зворотне завдання - розкладання даної сили на дві.

1. Силовий багатокутник. Рівнодіюча

Найпростішу ПСЗС утворюють дві сили, що додані в одній точці. Рівнодіюча двох сил, прикладених до точки, може бути знайдена по аксіомі 4 статки побудовою паралелограма сил.

На заданих силах будуюмо паралелограм ABCD - діагональ A D зображує шукану рівнодіючу R.



Чисельне значення R визначається із трикутника ADB, застосувавши теорему косинусів.

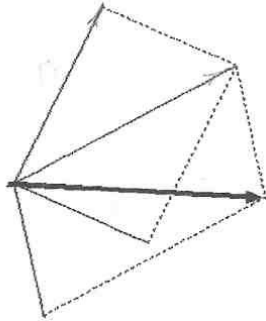
$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2 \cos ABD}$$

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos ABD}$$

$$\cos ABD = \cos(180 - \alpha) = -\cos \alpha$$

Побудовою паралелограма або трикутника сил може бути вирішене й зворотне завдання - розкладання даної сили на дві.

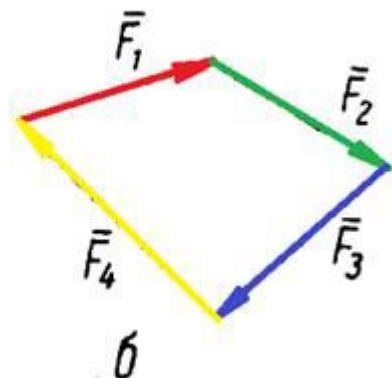
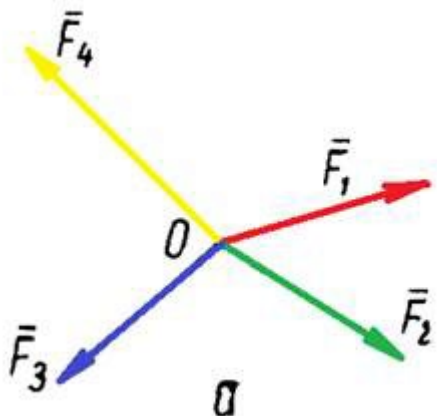
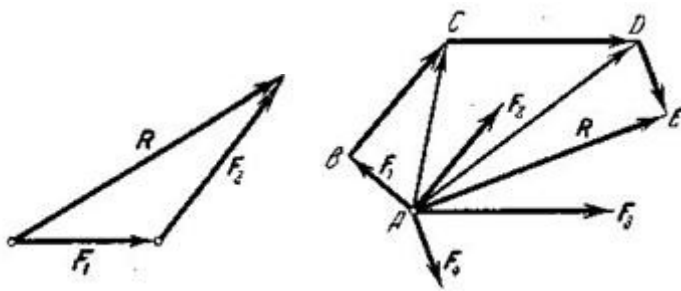
Якщо в точці сходяться не дві, а кілька сил, то їх рівнодіюча R визначається за правилом силового багатокутника (з кінця першої сили відкладають по величині й напрямку другу, з кінця другий - третю й т.д.). **Вектор, що з'єднує початок першої сили й кінець останньої тобто замикаючий силовий багатокутник і спрямований назустріч складаючим силам, визначає по величині й напрямку рівнодіючу даних сил.**

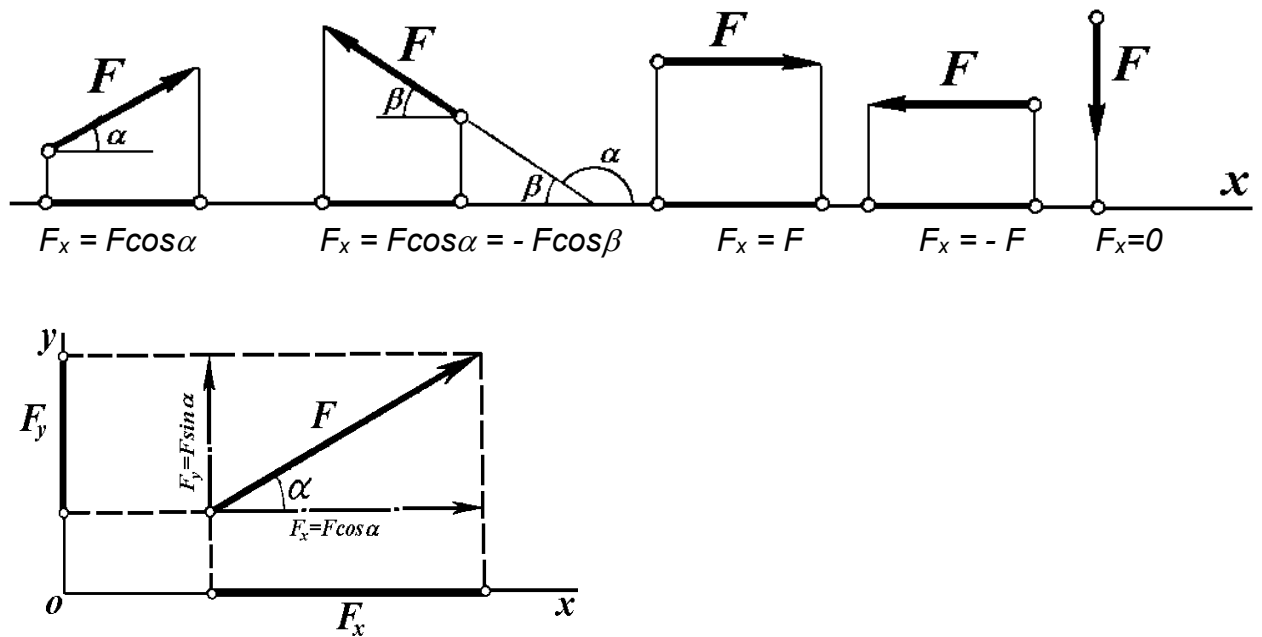


$$\vec{R}_{12} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$\vec{R} = \vec{R}_{12} + \vec{F}_3 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \sum \vec{F}_n$$

Рівнодіюча - замикаюча сторона силового багатокутника.





Аналітичний метод розв'язання задач статки побудований на понятті про проекцію сили на вісь.

Проекція сили на вісь — це алгебраїчна величина, що дорівнює добутку модуля сили на косинус кута між напрямком сили і додатним напрямком осі. Якщо цей кут гострий — проекція додатна, якщо тупий — від'ємна, а якщо сила перпендикулярна осі — її проекція дорівнює нулю

Припустимо, що на тіло діє плоска система з 4 сил, лінії дії яких перетинаються в точці О. Оскільки сила - це вектор, який можна переносити по його лінії дії, тому всі сили із точок їхнього додавання перенесемо в точку О. Ми замінили систему збіжних сил, прикладених до різних точок тіла, еквівалентною системою сил, прикладених до однієї точки.

$$\vec{R}_{12} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$\vec{R} = \vec{R}_{12} + \vec{F}_3 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \sum \vec{F}_n$$

Геометрична умова рівноваги системи збіжних сил.

Замкнутість - єдина необхідна й достатня геометрична умова рівноваги ПСЗС. Сили системи взаємно врівноважуються, якщо їх рівнодіюча дорівнює нулю ($R=0$), тобто якщо силовий багатокутник замкнути.

ТЕОРЕМА: Проекція замикаючої сторони багатокутника на яку-небудь вісь дорівнює алгебраїчній сумі проекцій сторін цього багатокутника на ту ж вісь.

$$R_x = \sum F_{xk}$$

$$R_y = \sum F_{yk}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

6. Аналітична умова рівноваги ПСЗС.

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{cases} \quad - \text{аналітична умова рівноваги}$$

Сума збіжних сил ПСЗС перебуває в рівновазі, якщо суми проекцій сил її складаючих на кожную координатну вісь рівні 0.

Напрямок осей координат можна вибрати довільно, але для спрощення рішення завдання рекомендується вісь проекцій направляти перпендикулярно лінії дії однієї з невідомих сил. Рівнянь рівноваги два отже, невідомих у завданні повинне бути не більше двох.

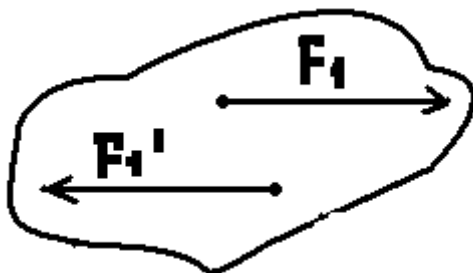
Питання для самоперевірки

- 1 Що зветься плоскою системою збіжних сил.
- 2 Що таке рівнодіюча для плоскої системи збіжних сил?
- 3 Які способи складання сил ви знаєте? Охарактеризуйте кожний спосіб та можливість його використання.
- 4 В якому випадку силовий багатокутник замкнутий?
- 5 Чи має значення послідовність розташування сил при побудові силового багатокутника?
- 6 Сформулювати умови рівноваги системи збіжних сил в графічній формі.

Лекція 4

Плоска система пар сил. Поняття пари сил.

Систему двох паралельних сил, рівних по модулю та спрямованих в протилежних напрямках, називають **парою сил**.

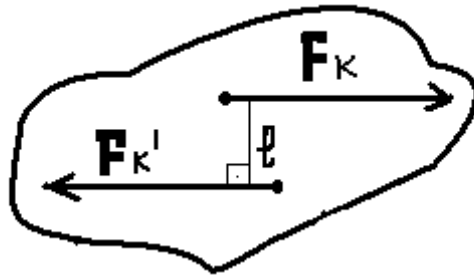


$$|F_1| = |F_1'|$$

Пара сил – це неврівноважена система, яка не має рівнодіючої.

Пару сил можна задати наступними параметрами:

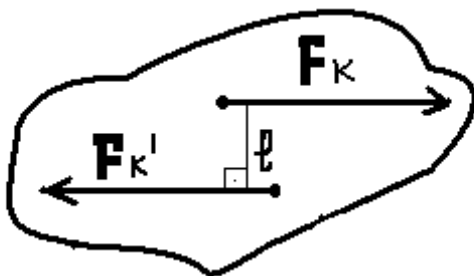
- 1 – площість дії;
- 2 – модуль сили;
- 3 – відстань між силами F_k та $F_{k'}$ - плече (L).



$$|F_k| = |F_{k'}|$$

7. Момент пари сил. Знак моменту.

Кількісна міра дії пари сил на тіло залежить від модуля сили та від найкоротшої відстані між силами – плеча.



$$|F_k| = |F_{k'}|$$

Моментом пари називається добуток модуля однієї з сил, що складають пару, на плече.

Якщо сили обертаються за годинниковою стрілкою, то момент має знак «+», та якщо сили обертаються проти годинникової стрілки – момент має знак «-».

Дві пари сил називають еквівалентними, якщо одну з них можна замінити іншою, не змінюючи при цьому механічного стану вільного тіла. тобто якщо моменти двох пар сил алгебраїчно є рівними, то ці пари еквівалентні.

Наприклад: дві пари 1) $F_1=F_1=3\text{кН}$; $l=5\text{м}$

2) $F_2=F_2=5\text{кН}$; $l=3\text{м}$

Ці пари будуть еквівалентними оскільки їх моменти будуть рівними:

$$M_1=F_1 \cdot l=3 \cdot 5=15\text{кН}$$

$$M_2 = F_2 \cdot l = 5 \cdot 3 = 15 \text{ кН}$$

$$M_1 = M_2$$

Властивості пар сил.

1. Пару сил можна переміщувати в площині її дії.
 2. Не змінюючи механічного стану тіла, можна змінювати сили та плече пари, але тільки так щоб її момент лишався незмінним (еквівалентні системи пар).
 3. Щоб задати пару, достатньо задати її момент, отже слова «пара сил» іноді замінюють словом «момент» та позначають: $M, \overset{\uparrow}{\underset{\downarrow}{M \cdot l}}$
- Проекція пари сил на вісь завжди дорівнює «0».

8. Умови рівноваги систем пар сил.

Система пар сил – це 2 або більше пар, які прикладені до одного і того тіла.

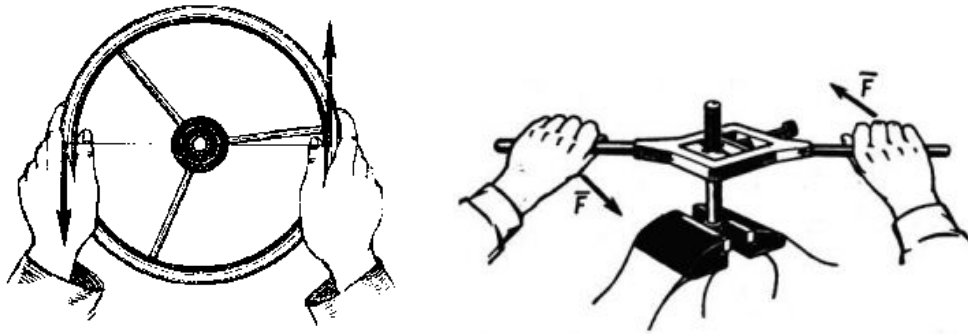
Для рівноваги системи пар сил, діючих в одній площині, необхідно та достатньо, щоб алгебраїчна сума моментів даних пар дорівнювала нулю: $\sum M_i = 0$

Наприклад на тіло діють кілька пар сил з моментами $M_1, M_2, M_3, \dots, M_n$, то тіло буде знаходитись в стані рівноваги тільки тоді, коли $M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_n = 0$.

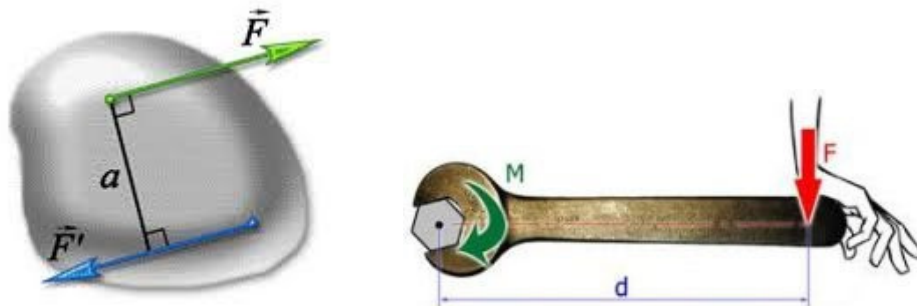
Пари сил можна сумувати, тобто дану систему пар замінювати еквівалентною парою, яку називають рівнодіючою.

- *Момент сили. Важелі. Механічні блоки. Рівновага тіла, що має вісь обертання.*
- *До сих пір, говорячи про механічну та динамічну рівновагу тіла, ми мали на увазі, що це тіло знаходиться під дією так званої збіжної системи сил, тобто такої сукупності одночасно діючих сил, лінії дії яких перетинаються в одній точці.*
- *По суті це означає, що до сих пір ми вивчали статику матеріальної точки, тобто ту частину статyki в якій тіло можна вважати матеріальною точкою, а діючу на це тіло систему сил, можна замінити однією рівнодіючою силою. Силою, яка надає тілу поступального руху.*
- *Однак, далеко не всяка діюча на тіло система сил є збіжною і далеко не всяку систему сил можна замінити рівнодіючою. Наприклад, якщо на тіло діють дві рівні за величиною і протилежні за напрямком сили $\mathbf{F}$ і $\mathbf{F}'$ які не лежать на одній прямій, то замінити цю систему сил відповідною рівнодіючою, не можливо. Дійсно. Формально визначивши результуючу сил $\mathbf{F}$ і $\mathbf{F}'$ ми отримаємо нульову величину: $\mathbf{F} + \mathbf{F}' = 0$. Та чи означає це, що загальна механічна дія сил $\mathbf{F}$ і $\mathbf{F}'$ є нульовою? Очевидно що ні. Адже дана*

система сил надає або намагається надати тілу певного обертового руху.



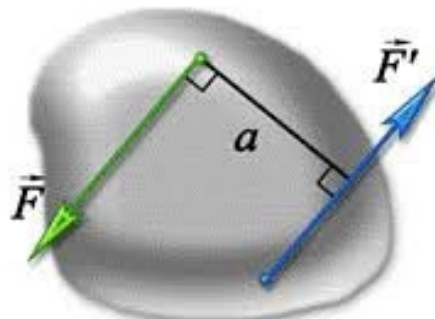
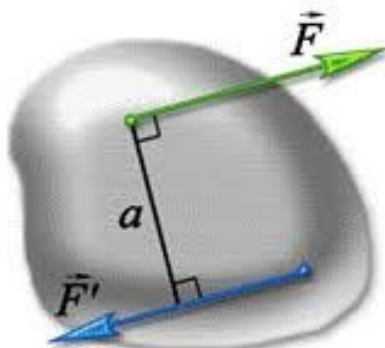
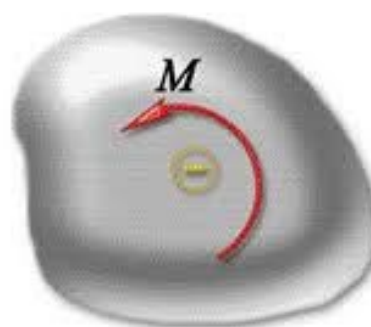
- Пару сил не можливо замінити рівнодіючою силою.
- Систему двох рівних за величиною і протилежних за напрямком сил, які не лежать на одній прямій і спільно діють на одне і те ж тіло, називають **парою сил** (або **парою**). Пара сил надає (або намагається надати) тілу обертового руху. Пару сил не можливо замінити або зрівноважити однією силою. Пару сил можна замінити чи зрівноважити лише іншою парою сил.
- Ви можете заперечити в тому сенсі, що в певних випадках тіло може обертатись під дією лише однієї сили. Наприклад, відчиняючи двері, ми прикладаємо лише одну силу яка і надає їм обертового руху. Дійсно. На перший погляд здається, що двері обертаються під дією лише однієї сили. Насправді ж, одна сила не може змусити тіло обертатись. Це може зробити лише пара сил. І якщо двері обертаються, то це тільки тому, що на них діють дві сили які і утворюють відповідну пару. При цьому не важко збагнути, що другою силою пари є та реакція опори, яка виникає в петлях дверей. Петлях, які утворюють нерухому вісь обертання тіла.



- Пара сил надає тілу, або прагне надати, обертового руху.
- Основною характеристикою пари сил, або тієї сили що діє на тіло з нерухомою віссю обертання, є фізична величина яка називається **моментом сили** або **моментом пари сил**. Момент сили –

це фізична величина, яка характеризує обертальну дію сили (пари сил) і яка дорівнює добутку цієї сили F на плече її дії h , чи d , тобто на найкоротшу відстань між лінією дії сили та віссю обертання тіла.

- Позначається: M
- Визначальне рівняння: $M = F \cdot h$
- Одиниця вимірювання: $[M] = \text{Н} \cdot \text{м}$, (ньютон-метр).
- По суті, момент сили – величина векторна. При цьому, знак моменту сили зазвичай визначають за правилом: якщо сила повертає (або намагається повернути) тіло за годинниковою стрілкою, то момент сили додатний, а якщо проти годинникової стрілки – від’ємний.



- Якщо пара сил повертає тіло за годинниковою стрілкою, то момент сили додатний, а якщо проти годинникової стрілки – від’ємний.
- Коли ми стверджували, що тіло буде знаходитись в стані механічної рівноваги тоді і тільки тоді, коли векторна сума діючих на нього зовнішніх сил дорівнює нулю ($\sum \vec{F} = 0$), то мали на увазі, що система діючих на тіло сил є збіжною, тобто такою, яка надає тілу поступального руху. В загальному ж випадку, система діючих на тіло сил може бути довільною. І ця довільна система сил може надавати тілу не лише поступального руху, а й руху обертового. В такій ситуації основний закон статички (загальна умова рівноваги тіла) набуває вигляду: **тіло буде**

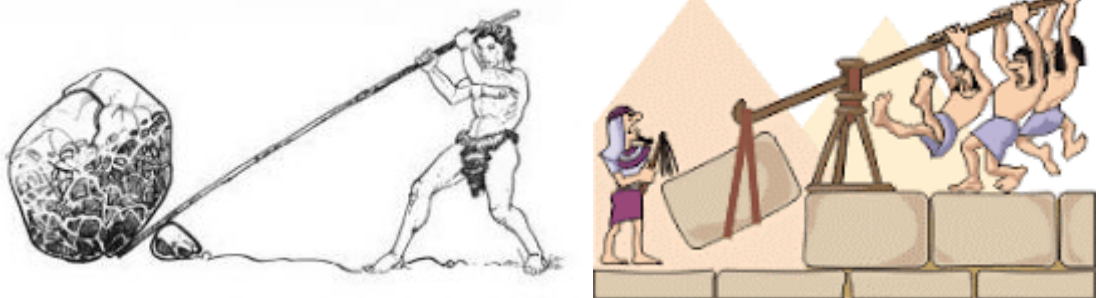
знаходиться в стані загальної механічної рівноваги ($v=0$; $\omega=0$) тоді і тільки тоді, коли векторна сума діючих на нього зовнішніх сил та моментів цих сил дорівнюють нулю. Іншими словами: якщо $\{\sum F=0$; $\sum M=0\}$ то $\{v=0$; $\omega=0\}$ і навпаки. (ω – кутова швидкість)

- Оскільки те тіло яке має нерухому вісь обертання, поступально не рухається і рухатись не може, то векторна сума діючих на нього зовнішніх сил гарантовано дорівнює нулю. А це означає, що для тіла з нерухомою віссю обертання, умова рівноваги набуває вигляду: якщо $\sum M=0$, то $\omega=0$ або $\omega=const$ і навпаки. Іншими словами, для тіла що має нерухому вісь обертання, умова механічної (обертальної) рівноваги набуває вигляду: **тіло що має нерухому вісь обертання буде знаходитись в стані обертальної рівноваги ($\omega=0$ або $\omega=const$) тоді і тільки тоді, коли сума діючих на нього моментів сил дорівнює нулю ($\sum M=0$)**

-
- **Це цікаво знати**
-

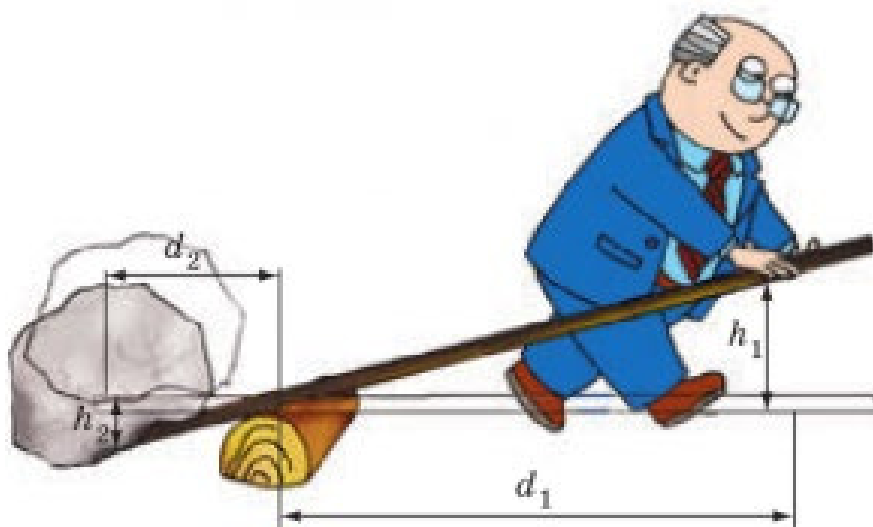
ВАЖЕЛІ

- Простий механізм принцип дії якого базується на застосуванні умови рівноваги тіла що має нерухому вісь обертання, називається важелем. **Важіль** – це прилад, який представляє собою довге тверде тіло, що може обертатись навколо відносно нерухомої точки, яку називають точкою опори. Так чи інакше важелі застосовувались з незапам'ятних часів. Скажімо, коли використовуючи підручну палицю, прадавня людина зрушувала з місця важкий камінь, то вона фактично застосовувала важіль. Якщо ж говорити про історично зафіксовані факти системного застосування важелів, то вони відносяться до періоду будівництва великих єгипетських пірамід (приблизно 4600 років тому).



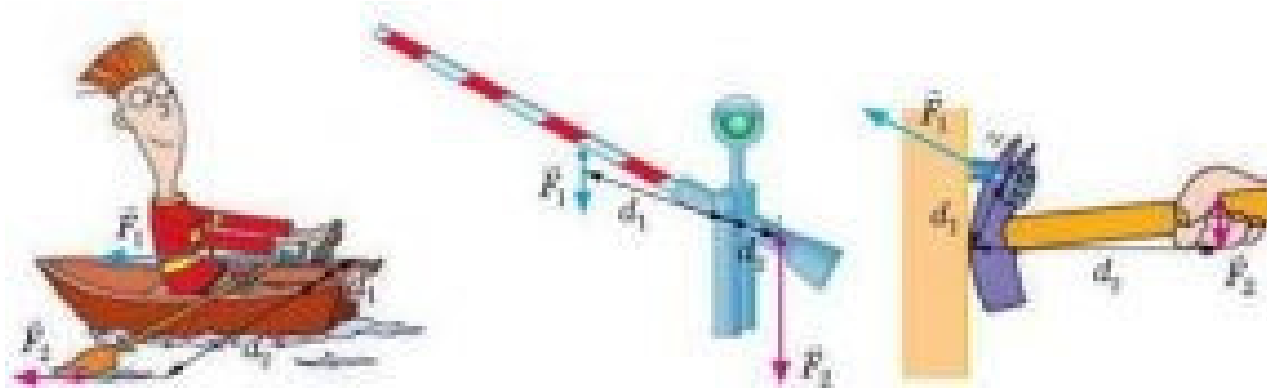
- Люди використовували важелі з прадавніх часів.

- Зазвичай важіль застосовується для підсилення силової дії. Таке підсилення відбувається за рахунок того, що плече дії «вхідної» сили, тобто тієї сили яку ми прикладаємо до важеля і яка потребує підсилення, значно більше за плече дії сили «вихідної». Дійсно. Якщо сила F_1 має плече d_1 (мал.69), а сила F_2 – плече d_2 , то у відповідності з умовою рівноваги даного тіла (важеля) $F_1 d_1 = F_2 d_2$. А це означає, що коли плече дії сили F_1 буде більшим за плече дії сили F_2 ($d_1 > d_2$) то у відповідну кількість разів сила F_2 буде більшою за силу F_1 : $F_2 = F_1 (d_1 / d_2)$.
- З іншого боку було б дивним та неприродним, якби за допомогою важеля ми отримували виграш в силі, що називається «безкоштовно», тобто не програвши в чомусь іншому. І очевидно, що цим «іншим» є програш в тому переміщенні яке спричиняє підсилена сила. Дійсно. З геометричних міркувань випливає, що вигравши в силі ($F_2 = n F_1$ де $n = d_1 / d_2 = h_1 / h_2$) ми в таку ж кількість разів програємо в тому переміщенні яке здійснює ця сила ($h_2 = h_1 / n$).

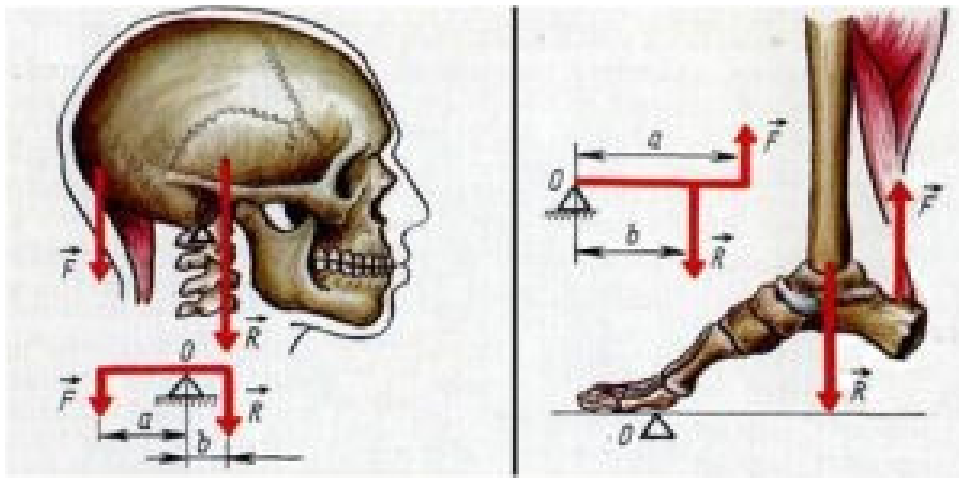


- Важіль – механізм який підсилює силову дію. При цьому, вигравши в силі ($F_2 > F_1$), ми неминує програємо у відстані ($h_2 < h_1$).
- Про те, що «безкоштовних» вигравів у силі не буває, вчені знали ще з стародавніх часів. Досліджуючи властивості важеля, Архімед сформулював правило, яке стосувалось всіх простих механізмів і в якому стверджувалось: **у скільки разів виграєш в силі, у стільки ж разів програєш у відстані.** Це правило прийнято називати **золотим правилом механіки**. По суті, золоте правило механіки є одним з перших формулювань базового закону сучасної науки – **закону збереження енергії**.

- Важільні системи можна побачити в найрізноманітніших сучасних приладах, починаючи від дитячих гойдалок, весел, шлагбаумів та ножиць і закінчуючи елементами піднімально-транспортних механізмів, автомобілів, кораблів, літаків, тощо. Деякі приклади простих важільних систем представлені на мал.70.



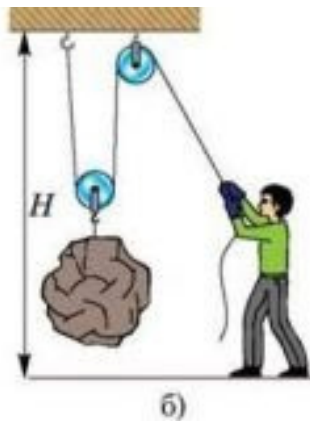
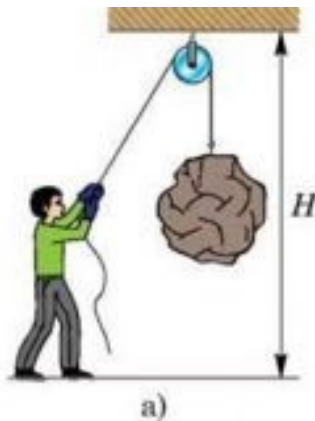
- Деякі приклади простих важільних систем.
- Певні важільні системи можна помітити не лише в штучно створених приладах, а й в організмах живих істот, зокрема в організмі людини. Наприклад ліктьова кістка руки, ліктьовий суглоб та той м'яз який називають біцепсом утворюють важільну систему, яка забезпечує рухливість ліктьової частини руки. Аналогічне можна сказати і про ступню ноги, рухливість якої забезпечує важільна система елементами якої є кістки стопи, великогомілова кістка та ахілесове сухожилля. Або наприклад череп людини, у поєднанні з кістками шийного відділу хребта та ремінним м'язом, утворюють важільну систему яка забезпечує рухливість голови.



- Мал.71. Приклади важільних систем людського тіла.
-
-
-

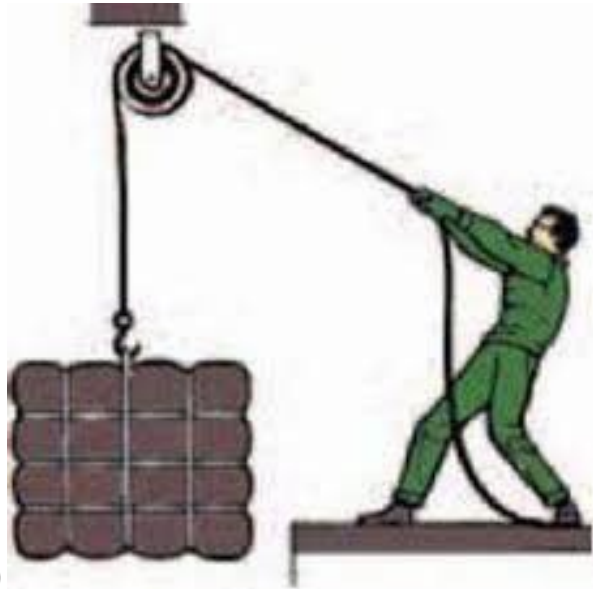
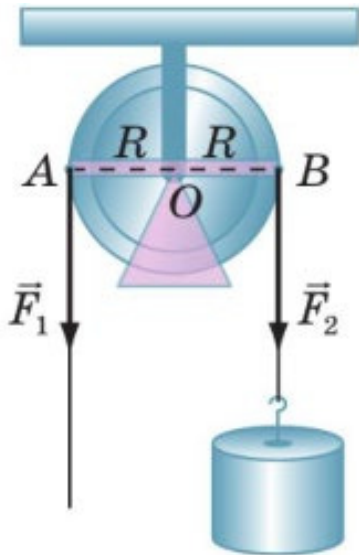
Блоки

- Окрім важелів до числа найбільш поширених простих механізмів відносяться різноманітні блоки. **Блок** – це прилад (механізм), який представляє собою круглий шків що має вісь обертання і по жолобу якого проходить елемент гнучкого зв'язку (канат, мотузка, трос, ланцюг, тощо). Якщо в процесі руху вантажу вісь блоку залишається нерухомою, то блок називається нерухомим. А якщо в процесі руху вантажу вісь блоку рухається разом з то відповідний блок називають рухомим.



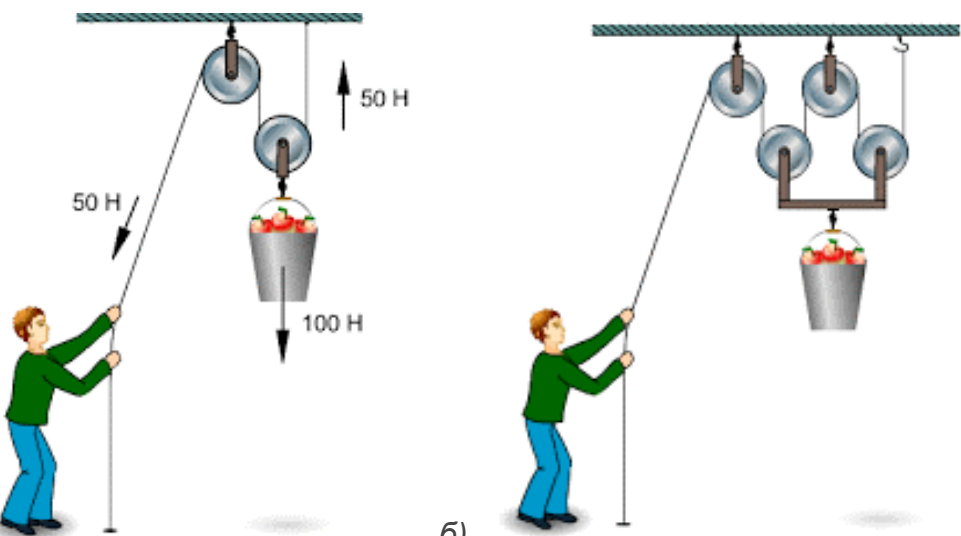
- Загальний устрій та найпростіші застосування блоку.
- Оскільки шків блоку вільно обертається, то силовий натяг перекинутого через нього канату на вході та на виході шківів має бути однаковим. Власне ця однаковість випливає з умови обертальної рівноваги шківів. Дійсно. Під дією двох різнонаправлених сил F_1 і F_2 , шків буде знаходитись в стані обертальної рівноваги за умови, що момент тієї сили яка обертає шків за годинниковою стрілкою ($M_2 = F_2 R$) дорівнює моменту тієї сили яка обертає його проти годинникової стрілки ($M_1 = F_1 R$), тобто за умови $F_2 R = F_1 R$, де R – радіус шківів. А це можливо лише тоді, якщо $F_2 = F_1$.

- І потрібно зауважити, що натяг перекинутого через шків канату, не залежить від того, в якому напрямку цей канат натягують. А це означає, що нерухомий блок, не даючи виграшу в силі, дозволяє змінювати напрям цієї сили. Вже цей факт, робить подібні механізми потрібними та загальноновживаними.



- а)
- За відсутності сил тертя, натяг перекинутого через шків канату в усіх його точках є однаковим.
- Але можливості блоків не вичерпуються лише зміною напрямку дії сили. В цьому не важко переконатись на прикладі системи яка складається з рухомого та нерухомого блоків. Не важко бачити, що в такій системі на рухомий блок, а отже і на те тіло яке він піднімає, діють дві рівні за величиною співнаправлені сили. А це означає, що натягуючи канат з силою F , на осі рухомого блоку ми отримаємо вдвічі більше тягове зусилля. Якщо ж в системі буде два рухомих блоки, то та загальна вага яку підніматиме ця система, буде у 4 рази більшою за величину тієї сили з якою натягують канат. Загалом же, загальну вантажопід'ємність ($F_{заг}$) системи рухомих та нерухомих блоків можна визначити за формулою $F_{заг} = 2nF$, n – кількість рухомих блоків в системі F – сила натягу канату.

-

- 
- а) б)
- Кожний рухомий блок, збільшує вантажопід'ємність системи на $2F$, де F – сила натягу канату.

Питання для самоперевірки

- 1 Що таке пара сил та до якої дії вона приводить?
- 2 Що таке момент та від чого залежить знак моменту?
- 3 Які пари сил називають еквівалентними?
- 4 Які ви знаєте властивості пар сил?
- 5 Чому слова «пара сил» можна замінити словом «момент» та навпаки?
- 6 Як складаються пари сил? Доказ теореми складання пар.

Лекція 5

Моментом сили відносно точки називається взятий зі знаком плюс або мінус добуток величини сили на довжину перпендикуляра, опущеного із точки на лінію дії сили (рис. 1).

Момент сили відносно точки O позначають символом $M_O(F)$, тобто:

$$M_O(F) = \pm Fa.$$

Плече сили - це відстань від точки опори до точки прикладання сили.

Плече вантажу - це відстань від точки опори до точки розташування вантажу.

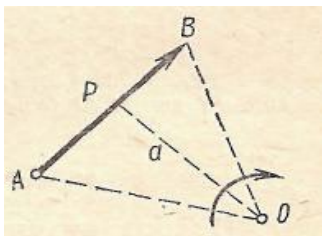
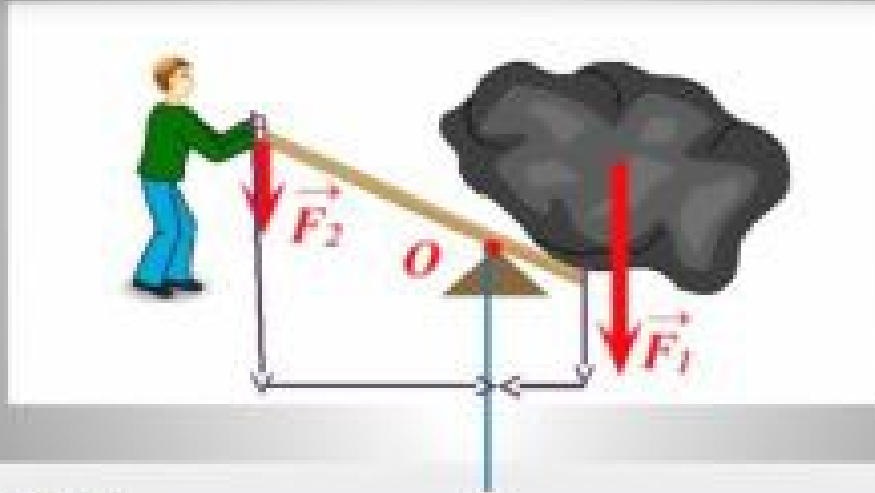


Рис. 1.

Точка О називається *центром моменту*.

Перпендикуляр a , опущений із точки на лінію дії сили, називається плечем сили відносно точки О.

Момент прийнято вважати позитивним, якщо сила прагне обертати площину креслення навколо центра моменту за годинниковою стрілкою (рис.1), і негативним - у протилежному випадку.

Також як момент пари сил, момент сили відносно точки вимірюється в ньютон-метрах.

З визначення моменту сили відносно точки виходить:

- 1) момент сили не змінюється при переносі точки додавання сили по лінії її дії;

- 2) якщо центр моменту (точка O) переміщується по прямій, паралельній лінії дії сили, то момент сили лишається незмінним;
- 3) момент сили відносно точки дорівнює нулю, якщо ця точка лежить на лінії дії сили, так як в цьому випадку плече $a = 0$;
- 4) алгебраїчна сума моментів сил, що складають пару, відносно будь-якої точки площини є величина постійна, та дорівнює моменту пари; дійсно, відносно якої-небудь точки A (рис. 2) алгебраїчна сума моментів сил P , що утворюють пару, буде дорівнювати:

$$P(a + b) - Pb = Pa.$$

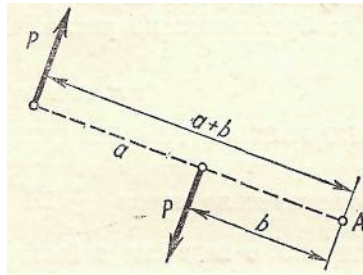


Рис. 2.

Приведення сили до даного центру.

Нехай дана сила P , що прикладена в якій-небудь точці A (рис. 3). Візьмемо довільну точку O та додамо до неї дві сили, рівні P , їй паралельні й спрямовані в протилежні сторони.

Подібне перетворення можна розглядати як результат заміни даної сили P іншою, паралельною їй силою P , прикладеною в довільній точці O (на рис. 3 ця сила відзначена двома рисками), і парою (P, P) із плечем a , момент якої: $M = + Pa$.

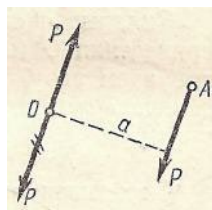


Рис. 3.

Знак плюс у цій формулі відповідає прийнятому правилу знаків для моменту пари сил.

Заміну даної сили P , прикладеної в точці A , силою P , прикладеною в крапці O , і парою (P, P) будемо називати *приведенням даної сили P к точці O* . Крапка O називається *центром приведення*, а пара (P, P) - *приведеною парою*.

Не важко помітити, що момент приведеної пари дорівнює моменту даної сили P відносно центра приведення O .

Приведення довільної системи сил до даного центру.

Дано систему сил (наприклад, чотири сили P_1, P_2, P_3, P_4), розташованих як завгодно на площині (рис. 1). Потрібно скласти ці сили.

Візьмемо довільну точку O і приведемо всі дані сили до цієї точки, скориставшись способом приведення сили до точки.

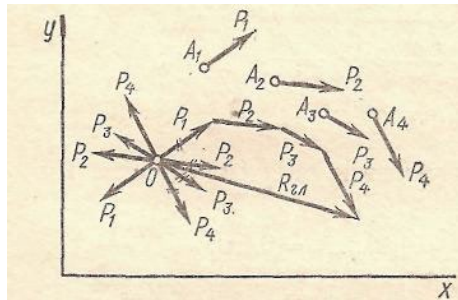
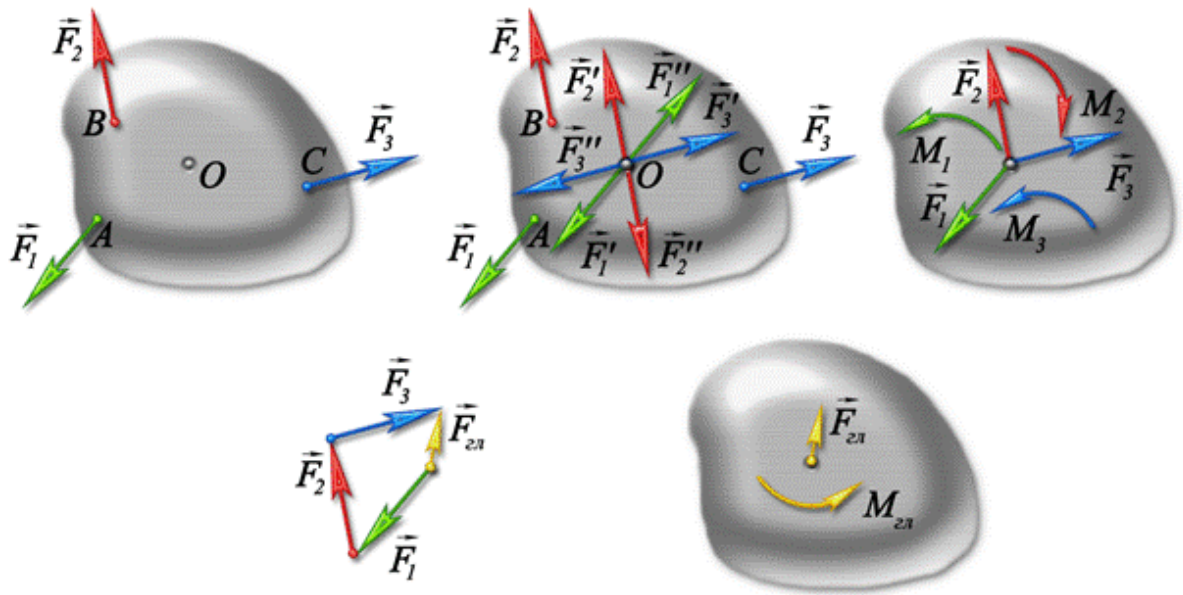


Рис. 1.



В результаті приведення отримаємо сили P_1, P_2, P_3 і P_4 , що прикладені у точці O (позначені на рисунку двома рисками), і приєднані пари (P_1, P_1) , (P_2, P_2) (P_3, P_3) і (P_4, P_4) , моменти яких дорівнюють моментам даних сил відносно точки O . Тобто, позначаючи моменти пар відповідно M_1, M_2, M_3 і M_4 , а моменти сил $M_O(P_1), M_O(P_2), M_O(P_3)$ і $M_O(P_4)$, отримаємо:

$$M_1 = M_O(P_1), \quad M_2 = M_O(P_2), \quad M_3 = M_O(P_3), \quad M_4 = M_O(P_4) \quad (1)$$

Складаючи сили P_1, P_2, P_3 і P_4 , прикладені в центрі приведення O (відзначені на рисунку двома рисками): одержуємо результуючу силу $R_{\text{зл}}$, що дорівнює їх геометричній сумі й прикладену в тій же точці O :

$$R_{\text{зл}} = P_1 + P_2 + P_3 + P_4.$$

Складаючи пари $(P_1, P_1), (P_2, P_2), (P_3, P_3)$ і (P_4, P_4) - одержимо результуючу пару, момент якої $M_{\text{зл}}$ дорівнює алгебраїчній сумі моментів пар, що його складають. Отже:

$$M_{\text{зл}} = M_1 + M_2 + M_3 + M_4. \quad (2)$$

Маючи на увазі рівності (1), вираження (2) можна надати так:

$$M_{\text{зл}} = M_O(P_1) + M_O(P_2) + M_O(P_3) + M_O(P_4), \quad \text{або} \quad \sum M_O(P_i)$$

Головний вектор і головний момент.

Геометрична сума даних сил $R_{\text{зл}}$ називається **головним вектором**, алгебраїчна сума моментів цих сил відносно центра приведення $M_{\text{зл}}$ – **головним моментом**.

Система сил, розташованих як завгодно на площині, завжди може бути приведена до сили, що дорівнює їх головному вектору та доданий в будь-якій точці O , та до пари, момент якої дорівнює головному моменту даних сил відносно тієї ж точки.

Рівновага плоскої довільної системи сил.

Плоска довільна система сил знаходиться в стані рівноваги тільки коли:

$$R_{\text{зл}} = 0; \quad M_{\text{зл}} = 0$$

Випадки приведення ПСС:

1. $R_{\text{зл}} = 0, \quad M_{\text{зл}} \neq 0$ - система пар сил, приводиться до пари сил (викликає обертаючу дію);
 2. $R_{\text{зл}} \neq 0, \quad M_{\text{зл}} = 0$ - плоска система збіжних сил, приводиться до рівнодіючої (викликає поступовий рух);
- $R_{\text{зл}} = 0, \quad M_{\text{зл}} = 0$ - врівноважена плоска система сил

Рівняння рівноваги плоскої довільної системи сил.

$$\begin{aligned} \text{Рівняння:} \quad \sum P_{xi} &= 0 \\ \sum P_{yi} &= 0 \\ \sum M_O(P_i) &= 0 \end{aligned}$$

виражають аналітичні умови рівноваги плоскої довільної системи сил.

Таким чином, для того, аби тверде тіло знаходилось в стані рівноваги, необхідно та достатньо, щоб:

- 1) сума проекцій всіх сил на вісь x дорівнювала нулю;

- 2) сума проекцій всіх сил на вісь y дорівнювала нулю;
- 3) сума моментів всіх сил відносно будь-якої точки площини дорівнювала нулю.

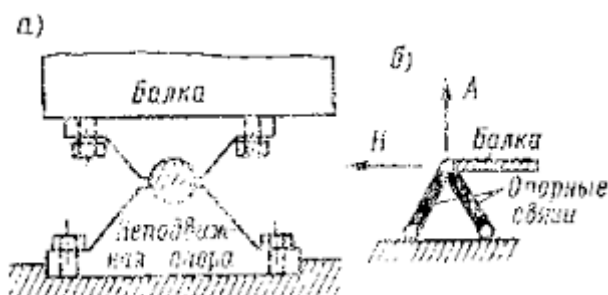
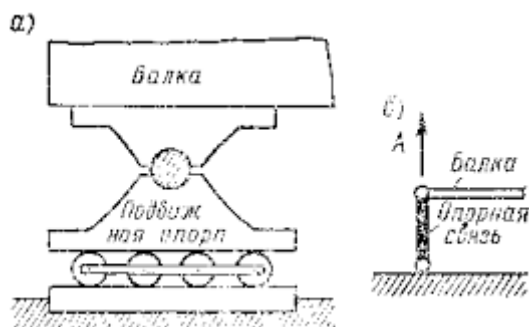
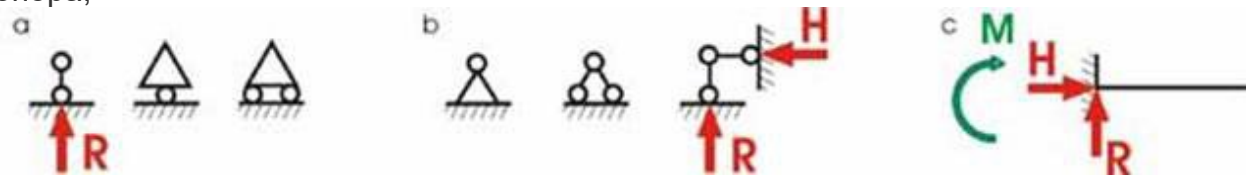
Балкою у механіці називають розрахункову схему усіх довгих і тонких деталей, закріплених на спеціальних опорах і утримуючих згин під дією зовнішніх сил.

Опори балок за їх будовою можна розподілити на три основних типи:

1 шарнірно-рухома опора;

2 шарнірно-нерухома опора;

3 жорстке затиснення.



В опорах виникають реактивні сили, які в задачах статички завжди невідомі. Кожна опора має особливості.

Шарнірно-рухома опора допускає поворот навколо осі шарніра і лінійне переміщення паралельно опорній площині (на рисунку 1 – опора позначена А). Реакція такої опори має напрям, перпендикулярний до опорної площини.

Шарнірно-нерухома опора допускає поворот навколо осі шарніра і не допускає ніяких лінійних переміщень. Реакція такої опори має напрям,

перпендикулярний до осі шарніра; модуль і напрям такої реакції завчасно невідомі. При вирішенні задачі таку реакцію розкладають на дві взаємно перпендикулярні складові - невідомі за числовим значенням, але відомі за напрямом (на рисунку 1 опора позначена В).

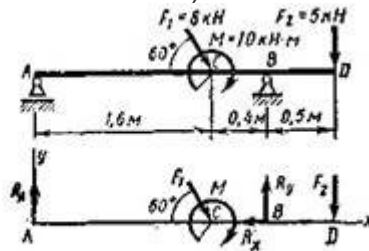


Рисунок 1 - Шарнірні опори балки і реакції в них

На рисунку позначена балка AD. Зображена опора А - шарнірно-рухома, реакція в ній R_A (або Y_A).

Опора В — шарнірно-нерухома, реакції в ній R_{Bx} і R_{By} (або X_B , Y_B) ■

Реакції опор викликані зовнішніми силами і моментом:

$F_1=8\text{кН}$, $F_2=5\text{кН}$, $M=10\text{кН}\cdot\text{м}$.

Невідомі реакції визначають після рішення відповідної системи рівнянь рівноваги:

- якщо до балки прикладена хоча б одна похила сила (F_1), складають основну (або першу) групу рівнянь рівноваги:

$$\sum F_{ix}=0$$

$$\sum F_{iy}=0$$

$$\sum M_A(F_i)=0$$

- якщо всі сили вертикальні, то реакція R_{Bx} (або X_B) дорівнює нулю, застосовують другу групу рівнянь:

$$\sum M_A(F_i)=0$$

$$\sum M_B(F_i)=0$$

$$\sum F_{iy}=0$$

де рівняння $\sum F_{iy}=0$ застосовується як перевірка (прикладі будуть на практичному занятті).

3. Якщо балка закріплена одним кінцем, вона називається консольною. Кріплення такої балки - жорстке затиснення - не допускає ні лінійних переміщень, ні поворотів закріпленого кінця балки. Жорстке

затиснення замінюють реактивною силою (у точці А) - R_A , невідомою за напрямом, тому її зображують розкладеною на дві складові R_x та R_y , і реактивним моментом M_R (із точки А).

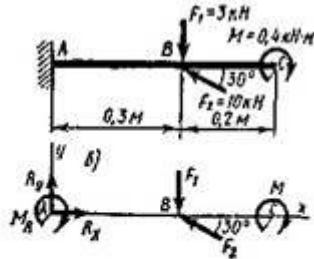


Рисунок 2 – Жорстке затиснення консольної балки і реакції в ньому

На рисунку 2 показана балка АС. Зовнішнє навантаження: Сили $F_1=3\text{кН}$; $F_2=10\text{кН}$; $M=0,4\text{кНм}$. Реакції у точці А: R_{Ay} , R_{Ax} , M_R .

Для визначення реакцій треба скласти 1 або 2 системи рівнянь рівноваги для заданої балки, визначити числові значення реакцій. Якщо при розв'язанні задачі будь-яка реактивна сила або реактивний момент виявляться від'ємними, то їх дійсний напрям протилежний зображеному на рисунку.

Приклади визначення реакцій будуть розглянуті на практичному занятті і в розрахунково-графічній роботі.

Різниця між рисунком до задачі і розрахунковою схемою сил до неї показана на рисунку 3. Умова до задачі:

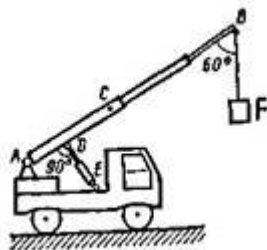
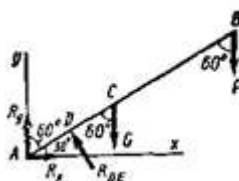
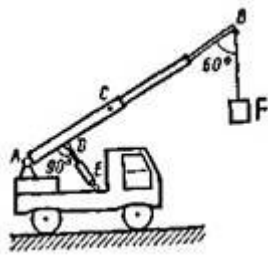


Рисунок 3 - Порівняння рисунку до задачі з розрахунковою системою сил до неї.

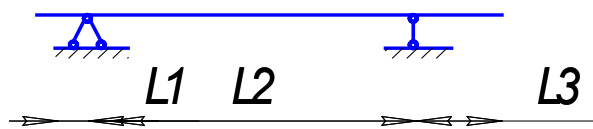




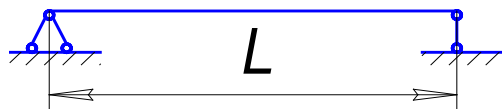
Класифікація балок, види опорів балок та їх реакції.

Класифікація балок :

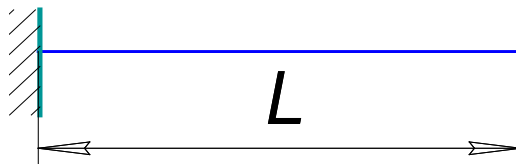
1. Балка консольна



2. Балка шарнірна

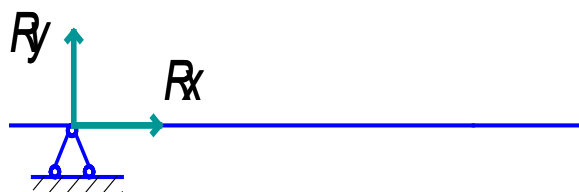


3. Балка – консоль

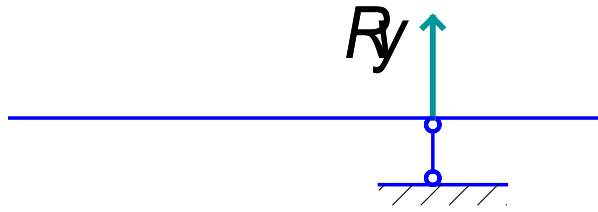


Види опор балок:

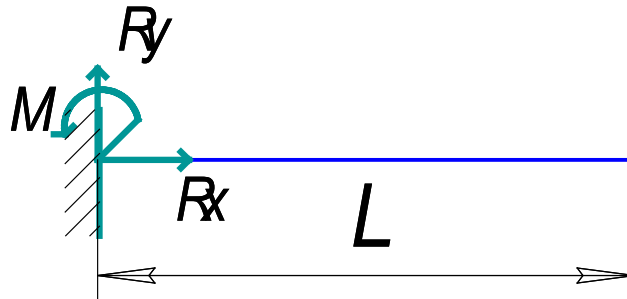
1. Шарнірно-нерухома



2. Шарнірно-рухома



3. Жорстке кріплення



7. Види навантажень.

Навантаження або сили, що діють на абсолютно тверде тіло класифікують:

1. За характером дії:

- статичні (змінюють свою величину або точку додавання з невеликою швидкістю, тобто прискоренням, що виникає можна зневажати);
- динамічні (змінюють свою величину з великою швидкістю).

2. За способом додавання:

- розподілена (що характеризується інтенсивністю $q=[\text{кН/м}]$);
- зосереджена (що додається в одній точці $F=[\text{кН}]$);
- зосереджений момент ($M=[\text{кНм}]$).

3. За терміном дії:

- постійні;
- тимчасові (тривалі та короточасні).

4. Розподілені навантаження можуть бути:

- поперховими (вітрове навантаження на стіну або тиск рідини на стіну);
- об'ємними (сила тяжіння, сила інерції, магнітне тяжіння).

-

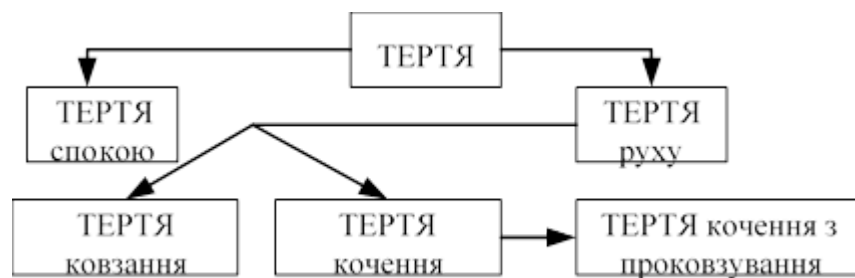
ОСНОВНІ ВІДОМОСТІ ПРО ТЕРТЯ

ТЕРТЯ – це явище, яке дуже поширене в природі і в техніці. Тертя завжди існує між поверхнями двох тіл, що дотикаються.

СИЛА ТЕРТЯ – це сила, яка виникає при русі одного тіла по поверхні другого, має напрям протилежний руху. Сила тертя відноситься до реактивних сил.

Класифікацію тертя за наявністю і характером руху показано у вигляді таблиці 1.

Таблиця 1.



явище тертя вивчали вчені Леонардо да Вінчі, Г. Амонтон, Ш. Кулон. Сили тертя – це сили опору руху тіла. Причини тертя – шорсткість поверхонь тіл, міжмолекулярне зчеплення матеріалів тіл – особливо це проявляється, коли поверхні дуже гладенькі, тіла сильно притиснуті без щілин, між поверхнями тіл відсутнє змащення.

Тертя має дві якості – воно може бути і корисним, і шкідливим.

Позитивні якості тертя використовуються в техніці:

- в пасових передачах;
- у фрикційних передачах і варіаторах;
- в гальмових пристроях;
- в роботі прокатних станів;
- в конвеєрах і транспортерах;
- в роботі фрикційних муфт; -в роботі лебідок, автомобілів;
- в побутових приладах.

Але в багатьох випадках втрати на подолання сил тертя досить великі.

Вчені і інженери знайшли багато засобів для зменшення сил тертя:

- заміна тертя ковзання тертям кочення; це запропонував ще у 15ст. Леонардо да Вінчі, який першим придумав підшипники кочення;
- застосування змащення – масла, мазі, твердих змащень; в цьому випадку тертя між твердими поверхнями замінюється тертям шарів змащення, опір стає набагато меншим (рисунок 2);
- використання шліфованих або полірованих поверхонь. Але якщо між такими гладенькими поверхнями буде відсутнє змащення, може виникнути адгезія – тобто злипання матеріалів при швидкому русі деталей за рахунок видаленого тепла і великих сил притискування;
- підбір матеріалів деталей, що дотикаються і рухаються, можна підібрати антифрикційні пари матеріалів: сталь і чавун, сталь і бронза, сталь і латунь, що і застосовується у гвинтових передачах, черв'ячних передачах, у водопровідних кранах. Є спеціальний сплав – БАББІТ (із свинцю, олова, міді і сурми); цей сплав використовується для втулок підшипників ковзання – антифрикційний сплав (рисунок 3).

Застосування змащень зменшує сили тертя в середньому в 10 разів!

Заміна підшипників ковзання в машинах на шарикові або роликові підшипники кочення зменшує сили тертя в 30 разів (рисунок 4).

Але інколи тертя треба збільшити:

- під час ожеледиці тротуари посипають піском;
- застосовують шорсткі матеріали;
- шини автомобілів виготовляють не гладенькими, а під час ожеледиці на колесах машин закріплюють спеціальні ланцюги для збільшення зчеплення з дорогою.

ТЕРТЯ КОВЗАННЯ

У 18 ст. Французькі вчені Амонтон і Кулон сформулювали три ОСНОВНИХ ЗАКОНИ ТЕРТЯ:

1. Сила тертя F_T прямо пропорційна нормальній реакції N , тобто $F_T \sim N$;
2. Сила тертя не залежить від величини площ тертьових поверхонь;
3. Сила тертя залежить від матеріалів тіл, фізичного стану тертьових поверхонь, наявності і виду мастила (вода, масло, мазь), його густини і хімічного складу.

Розглянемо зв'язок між силами G , N , $F_{руш}$, F_T , R на рисунку 1:

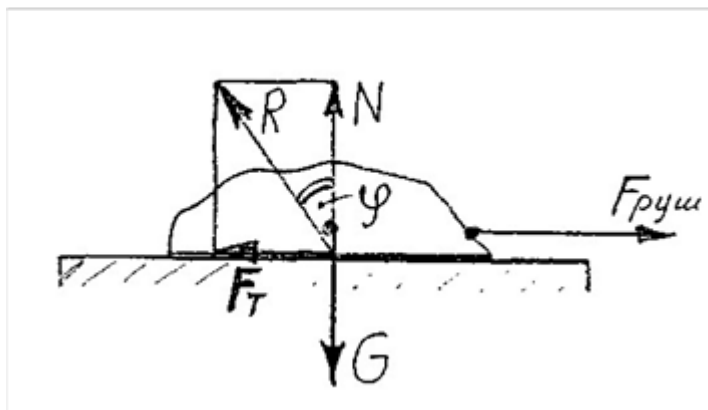


Рисунок 1.

G – сила тяжіння тіла;
 $F_{руш}$ – рушійна сила;
 N – нормальна реакція;
 F_T – сила тертя;
 R – рівнодіюча сила, $\overline{R} = \overline{N} + \overline{F_T}$;
 $\frac{F_T}{N} = \operatorname{tg} \varphi$;

φ – кут тертя.

Тіло буде зберігати стан спокою доти, доки сила рушійна $F_{руш}$ не стане більшою від сили опору руху тіла – сили тертя F_T .

Умова руху $F_{руш} > F_T$.

За законом Кулона $F_T = f \cdot N$, де f – це коефіцієнт тертя ковзання, величина безрозмірна. Сила тертя не може бути більшою добутку $f \cdot N$. Тому момент початку руху тіла $F_T = N \cdot \operatorname{tg} \varphi$, звідки $f = \operatorname{tg} \varphi$.

Залежно від кількості мастила між поверхнями види тертя поділяють на:

- сухе тертя, коли мастило зовсім відсутнє;
- граничне, коли є тонка плівка мастила;
- рідинне, коли тертьові поверхні розділяє товстий шар мастила.

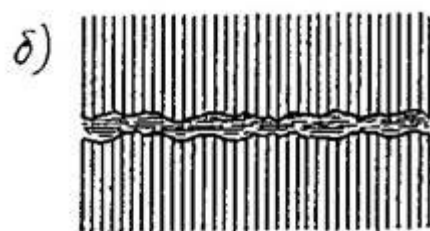
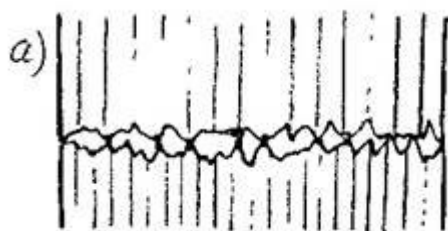


Рисунок 2 – Сухе тертя (а); рідинне тертя (б).

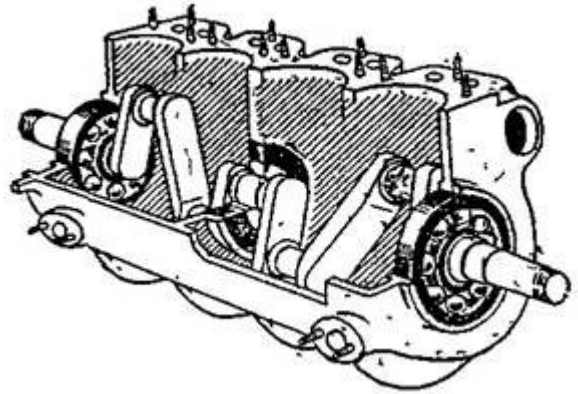
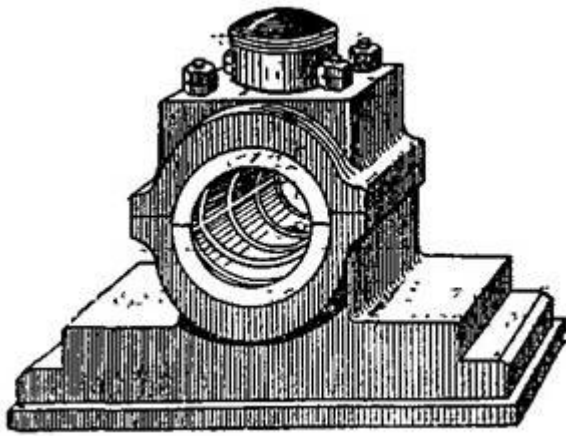


Рисунок 3 – Підшипник ковзання.

Рисунок 4 – Колінчатий вал двигуна

на шарикових підшипниках. Коефіцієнти тертя в різних умовах визначають на дослідах, їх значення знаходяться в довідниках. Це треба знати при рішенні задач механіки з урахуванням сил тертя F_T .

Встановлено, що для стану спокою коефіцієнт тертя f має найбільше значення. Приведемо кілька прикладів в таблиці 2.

Таблиця 2.

1. Метал по металу насухо	$f=0,15...0,30$
2. Метал по металу з мастилом	$f=0,10...0,18$
3. Дерево по дереву насухо	$f=0,40...0,60$
4. Сталь по льоду	$f=0,02$

Коефіцієнт тертя ковзання під час руху звичайно менший, ніж для стану спокою.

Рівновага тіла на похилій площині

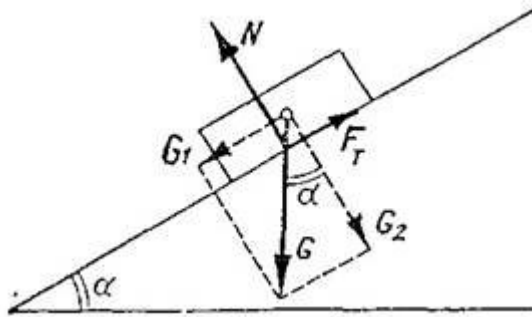
Розглянемо тіло, яке лежить на шорсткій похилій площині, що утворює кут α з горизонтальною площиною (рисунок 5). Розкладемо силу G на складові G_1 і G_2 , паралельну і перпендикулярну до похилої площини. Модулі цих складових визначимо за формулами:

$$G_1=G \cdot \sin \alpha, \quad G_2=G \cdot \cos \alpha.$$

Складова G_2 зрівноважується реакцією N похилої площини.

$$\text{Тому } G_2 = N = G \cdot \cos \alpha.$$

Складова G_1 намагається зрушити тіло вздовж похилої площини. Ця складова частково або повністю зрівноважується силою тертя; за другим законом тертя ковзання її максимальне значення



$$F_T = f \cdot N = f \cdot G \cdot \cos \alpha,$$

де f — коефіцієнт тертя ковзання тіла по похилій площині.

Щоб тіло на похилій площині було в рівновазі, рушійна сила G_1 має дорівнювати за модулем силі тертя F_T , тобто

$$G \sin \alpha = f \cdot G \cdot \cos \alpha \text{ або } \tan \alpha = f = \tan \varphi,$$

звідки $\alpha = \varphi$.

Якщо кут між похилою площиною і горизонтом дорівнює куту тертя, то тіло, яке лежить на похилій площині, під дією власної сили тяжіння або рівномірно ковзатиме вниз, або буде в стані спокою. Щоб тіло, яке лежить на похилій площині, не ковзало вниз під дією власної сили тяжіння, має здійснюватись умова

$$\alpha < \varphi.$$

Похилою площиною із змінним кутом нахилу до горизонту користуються для експериментального визначення кута тертя φ і коефіцієнта тертя f

$$\text{коли } \alpha = \varphi, f = \tan \alpha.$$

-

Питання для самоперевірки

- 1Що називають моментом сили відносно точки?
- 2Що зветься плечем сили?
- 3Як визначити знак моменту сили відносно точки?
- 4В якому випадку момент сили відносно точки дорівнює нулю?

- 5 Чи зміниться момент сили відносно точки, якщо цю силу перенести по лінії її дії?
- 6 Яка пара зветься доданою?
- 7 Що таке центр приведення?
- 8 Напишіть та сформулюйте рівняння рівноваги плоскої довільної системи сил.
- 9 Які відомі випадки приведення плоскої системи сил?
- 10 Класифікація балок.
- 11 Види опорів балок та їх реакції.
- 12 Класифікація навантажень.

СТОРІНКА ДЛЯ ДОПИТЛИВИХ

Тертя – явище, яке існує об'єктивно, його не можливо позбутись його можна тільки зменшити.

При терті механічна енергія переходить в тепло – це відкриття було зроблено у 18 ст.

Ідею молекулярного зчеплення між гладенькими тертьовими поверхнями у 18 ст. відкрив І. Деагюльє, назвав це явище адгезією. Адгезій ні зв'язки дуже важко зруйнувати.

Велике скло, яке довго лежало на другому склі, важко зсунути: виникає чистий контакт між молекулами; коефіцієнт тертя між однорідними матеріалами більший, ніж між неоднорідними.

Для двох тертьових поверхонь не можна призначити однаковий тип обробки поверхонь: структура повинна бути різною, буде менший опір переміщенню деталей.

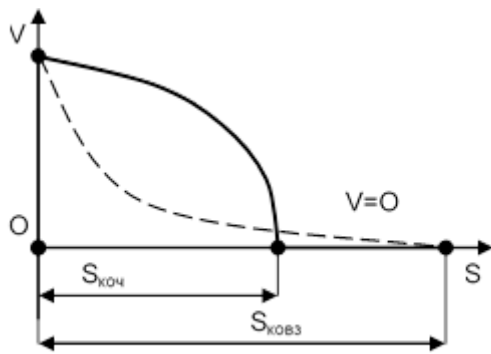
Кут нахилу кузова самоскида не однаковий – він залежить від речовини в кузові: сухий чи вологий пісок, асфальт, вугілля...

Умова самогальмування $\alpha \leq \varphi$ використовуються у гвинтових парах, різьбах, черв'ячних гвинтах. Проблема само відгвинчування існує на транспорті, її вивчають в інституті в Англії.

Для меншого стирання шасі літаків їх попередньо розкручують перед дотиком до бетону.

При швартуванні кораблів канат закріплюють навколо кнехта разів три, використовуючи сили тертя між канатом і тумбою.

Щоб витратити менше зусиль на переміщення санок, треба прив'язати довгу мотузку.



Лекція 6

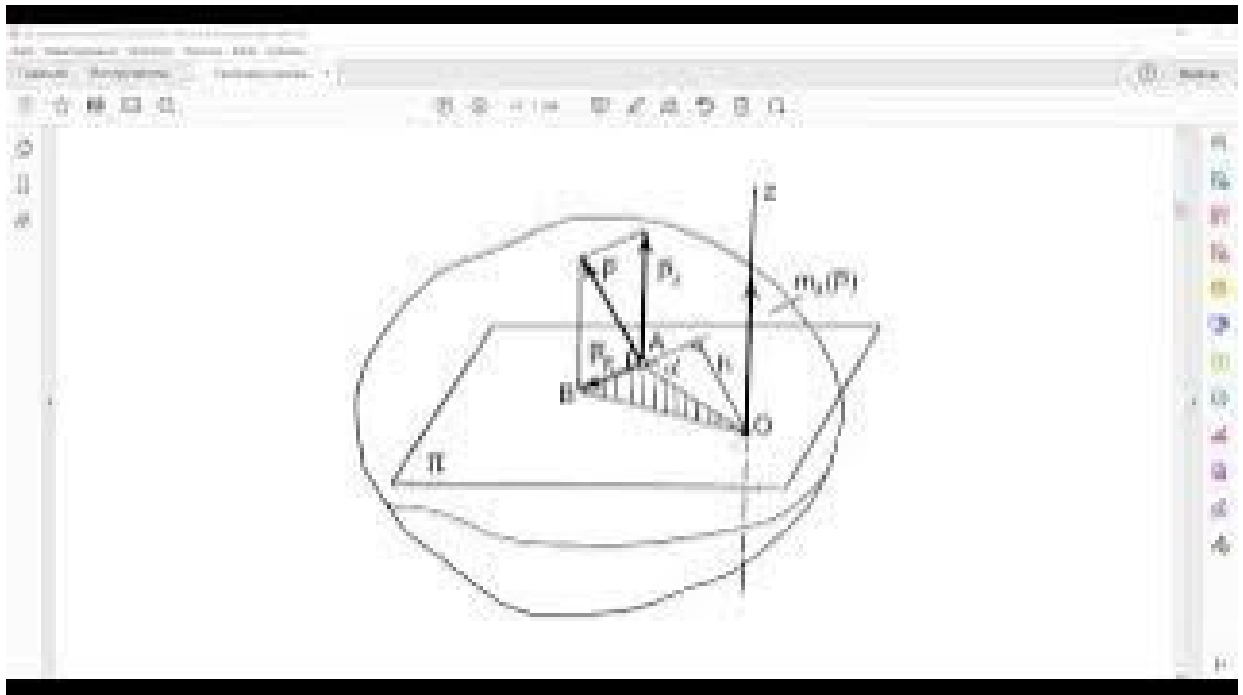


<https://youtu.be/UtSk3xq7XNY> -фільм

Системи сил, лінії дії яких не лежать в одній площині, називають просторовими сисми сил. Просторові системи сил поділяються на системи збіжних та довільно розміщених сил. Аналітичний метод розв'язку задач з просторовими сисми сил аналогічний розв'язку для плоских систем з тією лише різницею, що сили проектується на три, а не на дві взаємно перпендикулярні осі, моменти сил визначаються відносно цих осей, а не відносно точок. Для рівноваги просторової системи збіжних сил необхідно і достатньо, щоб Алгебраїчні суми проекцій усіх сил системи на кожну з трьох взаємно перпендикулярних осей дорівнювали нулю:

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0, \sum_{i=1}^n F_{iz} = 0, \sum_{i=1}^n M_x(F_i) = 0, \\ \sum_{i=1}^n M_y(F_i) = 0, \sum_{i=1}^n M_z(F_i) = 0.$$

Для визначення моменту сили F відносно осі ζ необхідно: – провести площину, перпендикулярну до цієї осі; – знайти проекцію F_{xy} сили F на цю площину (на відміну від проекції сили на вісь, проекція сили на площину є величиною векторна); – обчислити момент проекції F xv відносно точки перетину осі ζ з площиною (рис. 1): $M, = \pm f \sim K$.



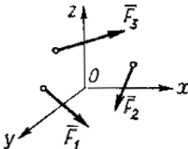
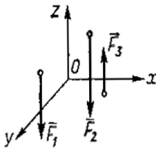
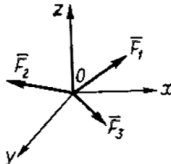
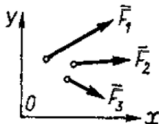
Момент сили відносно осі вважають додатним, якщо спостерігач, розташований на вістрі осі, бачить обертання тіла навколо осі проти руху стрілки годинника. Необхідно пам'ятати, що момент сили відносно осі дорівнює нулю, якщо сила і вісь лежать в одній площині, тобто лінія дії сили перетинає вісь (плече дорівнює нулю, лінія дії сили паралельна осі (проекція сили дорівнює нулю).

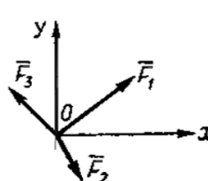
Для рівноваги просторової системи довільно розміщених сил необхідно і достатньо, щоб алгебраїчні суми проекцій всіх сил на кожну з трьох осей координат були рівні нулю та алгебраїчні суми моментів усіх сил відносно кожної з цих осей були рівні нулю (тіло не рухається вздовж жодної з координатних осей і не обертається відносно цих осей). Ці умови записуються шістьма рівняннями рівноваги

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0, \sum_{i=1}^n F_{iz} = 0, \sum_{i=1}^n M_x(F_i) = 0, \\ \sum_{i=1}^n M_y(F_i) = 0, \sum_{i=1}^n M_z(F_i) = 0.$$

Будь-яку з систем можна розглядати як окремий випадок довільної просторової системи сил. Тому наведені шість рівнянь використовують для розв'язку задач на рівновагу різних систем сил, при цьому деякі з цих рівнянь перетворюються на тотожність

Рівняння рівноваги сил

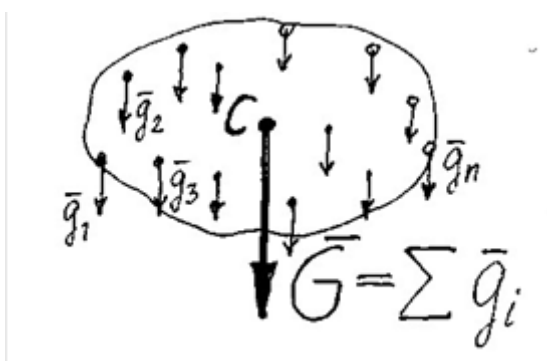
Просторова система		
довільних сил		$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0 \quad \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0$ $\sum_{i=1}^n F_{iz} = 0 \quad \sum_{i=1}^n M_x(F_i) = 0$ $\sum_{i=1}^n M_y(F_i) = 0 \quad \sum_{i=1}^n M_z(F_i) = 0$
паралельних сил		$\sum_{i=1}^n F_{iz} = 0 \quad \sum_{i=1}^n M_x(F_i) = 0$ $\sum_{i=1}^n M_y(F_i) = 0$
збіжних сил		$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0 \quad \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0$ $\sum_{i=1}^n F_{iz} = 0$
Плоска система		
довільних сил		$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0 \quad \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0$ $\sum_{i=1}^n M_o(F_i) = 0$
паралельних сил		$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0$ $\sum_{i=1}^n M_o(F_i) = 0$

збіжних сил 	н о в а г и	$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0$ $\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0$
--	--	---

Лекція 7

ЦЕНТР ВАГИ

ЦЕНТРОМ ВАГИ називають єдину точку у будь-якому тілі, яка є центром його рівноваги: якщо тіло підвісити за цю точку або оперти на неї, воно буде знаходитись у горизонтальному положенні і не перекидатись. Центр ваги позначають буквою С. У точці С прикладена сила тяжіння G , з якою тіло притягується до Землі.



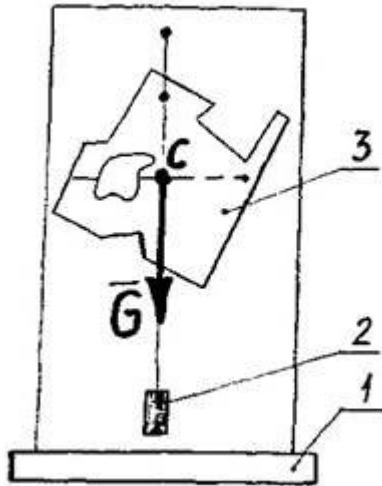
—Сила G є рівнодіючою по відношенню до

елементарних сил тяжіння g і всіх частин тіла, які утворюють просторову систему паралельних сил (рисунок 1).

Рисунок 1.

Центр ваги тіла, складної пластини або складного перерізу можна визначити двома способами: практичним і аналітичним. Практичний спосіб полягає у

тому, що центр ваги легко визначити, якщо два або три рази підвесити тіло, провести лінії підвісу – центр ваги завжди буде знаходитись на перетині двох або трьох ліній підвісу. Лінії підвісу розташовані завжди вертикально вниз – до центра Землі, у напрямі сили тяжіння G .



—На рисунку 2 показано: 1 – установка для підвішування пластин; 2 – гирька для натягування нитки; 3 – складна однорідна пластина.

Точка C – точка перетину ліній підвісу; G - сила тяжіння пластини.

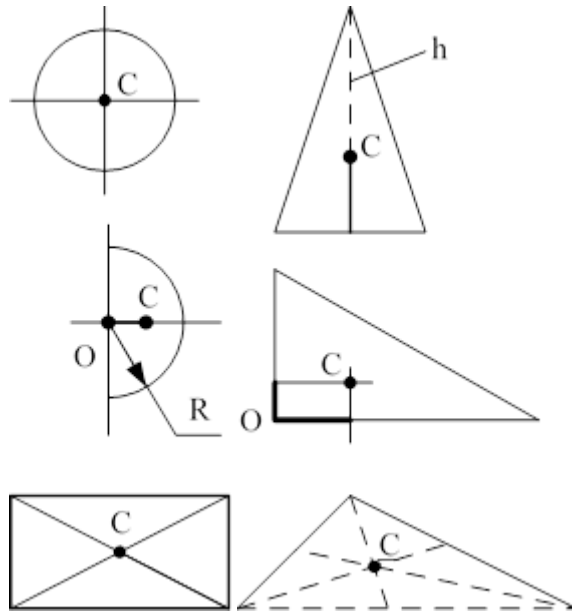
Аналітичний спосіб полягає у визначенні координат C за формулами. Для об'ємного тіла треба визначити три координати: X_C , Y_C і Z_C ; для пластин – дві: X_C і Y_C . Цей спосіб розглянемо далі на прикладі задачі до розрахунковографічної задачі.

При визначення центра ваги треба знати такі його властивості:

- якщо предмет має вісь симетрії або дві осі симетрії, то центр ваги завжди знаходиться на цій осі або у точці перетину осей симетрії, наприклад: круг, квадрат, прямокутник, двотавр, швелер тощо;
- центр ваги може знаходитись поза матеріальною частиною тіла; в цьому випадку точку опори треба створити штучно – на перетині двох натягнених ниток, які співпадають з лініями підвісу;
- центр ваги тіла завжди розташовується найближче до центра Землі;
- центр ваги тіла займає постійне положення в межах тіла або пластини при будь-якому їх розташуванні у просторі.

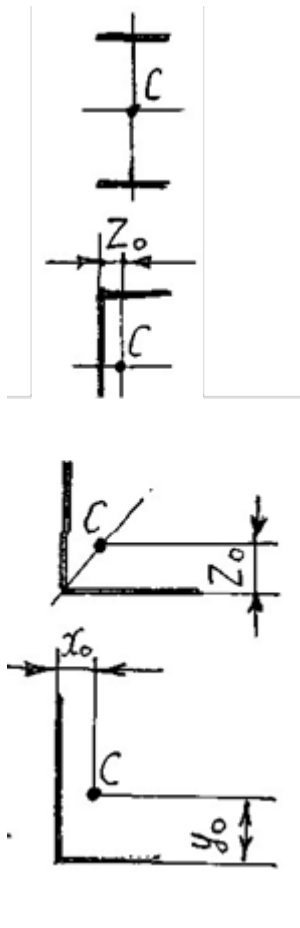
Знання цих властивостей дає змогу перевірити правильність визначення центра ваги і зменшити обсяг обчислень у два рази при застосуванні аналітичного способу.

Приведемо кілька прикладів визначення центра ваги для круга, півкруга, прямокутника і різних трикутників (рисунок 3).



У техніці і будівництві часто використовують спеціальні металеві стандартні прокатні профілі – двотаври, швелери, кутники. Всі геометричні характеристики для них знаходяться в спеціальних таблицях, в тому числі координати центра ваги – точки C. В таблицях вони позначаються Z_0 , X_0 , Y_0 ; їх величина залежить від номера профіля.

Кілька прикладів приведено на рисунку



Двотавр – точка C знаходиться на перетині осей симетрії;

Швелер - точка C знаходиться на осі симетрії на відстані Z_0 від стінки;

Кутник рівнополочний – точка C на бісектрисі на відстані Z_0 ;

Кутник нерівнополочний – точка C будується за координатами X_0 та Y_0 .

Приклад позначення координат центра ваги – точки C – X_C та Y_C складної пластини показано на рисунку

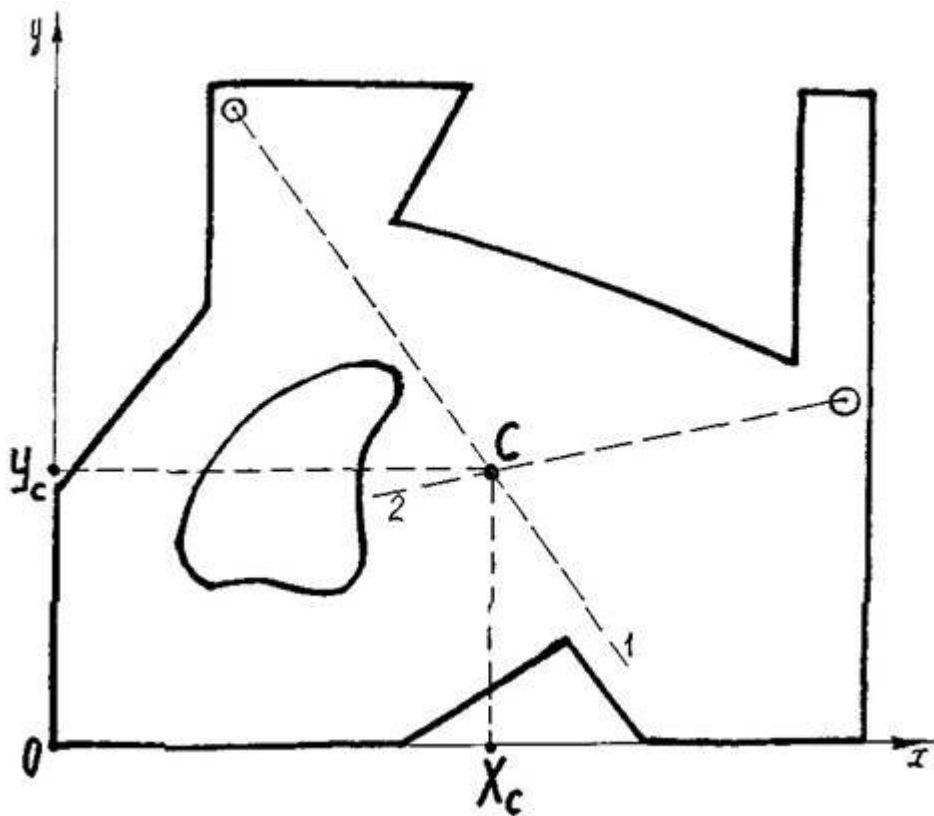


Рисунок 5.

Для визначення координат точки С складної пластини або складного перерізу застосовуються дві форми (без доведення):

де A_1, A_2, A_3 – площі окремих частин складного перерізу, яким присвоєні постійні номери в задачі. Значення площ обчислюються за формулами або знаходяться за відповідними таблицями в мм^2 або см^2 ;

$X_1, Y_1; X_2, Y_2; X_3, Y_3$ – координати точок C_1, C_2, C_3 – зарані показаних на рисунку і знайдених відповідно правилам, в мм або см;

Площі A_2 і A_3 можуть бути від'ємними, якщо частина площі пластини відсутня.

На рисунку 6 показані позначення у відповідності із формулами:

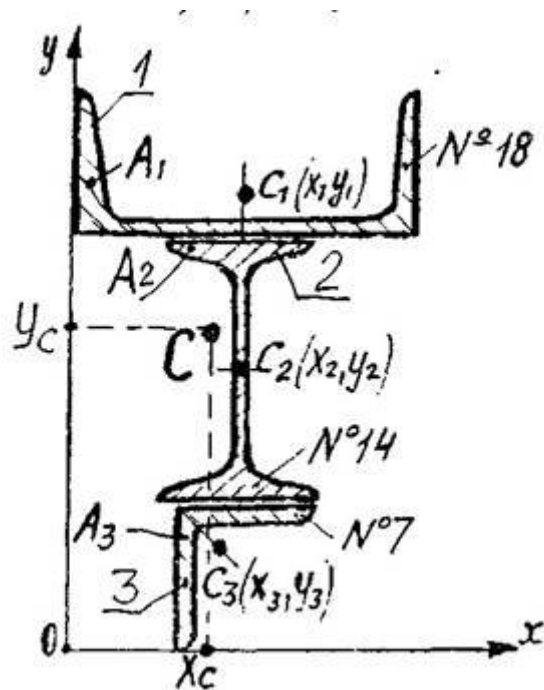


Рисунок 6.

За визначеними координатами x_c і y_c на кресленні будується загальний центр ваги складного перерізу – точка С

Центр ваги тіла

Із фізики відомо, що кожна частинка тіла притягується до центру Землі. Враховуючи те, що радіус Землі – величезна величина, то ці елементарні сили тяжіння можна приймати за систему паралельних сил, а у системи паралельних сил обов'язково повинна бути рівнодіюча сила, яка прикладена в визначеній точці даного тіла. Ця точка називається центром паралельних сил.

Центр паралельних сил, це точка через яку проходить лінія дії рівнодійної системи паралельних сил при будь якому повертанні їх навколо точок прикладання в один бік і на такий самий кут.

Координати центра системи n паралельних сил визначаються за формулами:

$$x_c = \frac{\sum F_n \cdot x_n}{\sum F_n}; \quad y_c = \frac{\sum F_n \cdot y_n}{\sum F_n}; \quad z_c = \frac{\sum F_n \cdot z_n}{\sum F_n},$$

де X_n, Y_n, Z_n - координати точок прикладання сил, відносно вибраної системи осей координат .

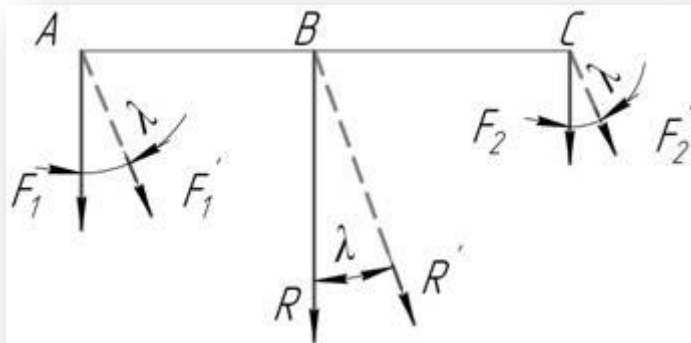
Можна зробити висновок, що рівнодіюча паралельних сил рівна їх сумі, паралельна їм, напрямлена в ту ж сторону, а її лінія дії ділить пряму, яка з'єднує їх точки прикладання на відрізки, зворотно пропорційні цим силам.

Координати центра системи n паралельних сил визначаються за формулами:

$$X_c = \frac{\sum F_n \cdot X_n}{\sum F_n} ; \quad Y_c = \frac{\sum F_n \cdot Y_n}{\sum F_n} ; \quad Z_c = \frac{\sum F_n \cdot Z_n}{\sum F_n} ,$$

де X_n, Y_n, Z_n - координати точок прикладання сил, відносно вибраної системи осей координат .

Покажемо існування центра паралельних сил на прикладі системи двох сил F_1 і F_2 . Відповідно до теореми про додавання двох паралельних сил, напрямлених в один бік, знайдемо рівнодіючу R цих сил і лінію її дії (рис.1).



$$R = F_1 + F_2 ; \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{BC}{AC} .$$

Точка В, яка лежить на лінії АС, що сполучує точки прикладання даних сил, є центром двох паралельних сил F_1 і F_2 , оскільки від повертання їх на один і той самий кут λ **відношення пліч BC і CA не зміниться і рівнодіюча також пройде через точку В.**

Силу, з якою тіло притягується до Землі, називають **силою тяжіння**.

Для тіл, розміри яких малі порівняно з радіусом землі ($R = 6380$ км.) можна вважати, що сили ваги їх частинок паралельні одна одній і зберігають постійну величину при будь-якому повертанні тіла.

Центром ваги називають центр паралельних сил тяжіння усіх елементарних частинок тіла.

Центр ваги - це точка, яка може лежати й за межами тіла (наприклад кільце, циліндр з отвором).

Координати центра ваги тіла знаходять за такими самими формулами, що й координати центра паралельних

$$X_c = \frac{\sum G_n \cdot X_n}{\sum G_n}; \quad Y_c = \frac{\sum G_n \cdot Y_n}{\sum G_n}; \quad Z_c = \frac{\sum G_n \cdot Z_n}{\sum G_n},$$

де G_n – сила тяжіння кожної елементарної частинки тіла;

X_n, Y_n, Z_n – координати частинки;

$\sum G_n$ - **сила тяжіння усього тіла**.

Якщо тіла однорідні, то за такими самими формулами можна визначити координати центра ваги об'ємів, площин і ліній.

1) Сила тяжіння елементарної частини, виражена через її об'єм V_n буде $G_n = \gamma \cdot V_n$, де γ - **вага одиниці об'єму**.

$$X_c = \frac{\gamma \cdot \sum G_n \cdot X_n}{\gamma \cdot \sum G_n} = \frac{\sum V_n \cdot X_n}{V}; \quad Y_c = \frac{\sum V_n \cdot Y_n}{V}; \quad Z_c = \frac{\sum V_n \cdot Z_n}{V},$$

де V - об'єм тіла.

2) Якщо тіло є однорідною пластиною завтовшки h , то сила тяжіння елементарної частинки, виражена через площу A_n , буде

$$G_n = \gamma \cdot h \cdot A_n, \quad \text{тоді для площі:}$$

$$X_c = \frac{\gamma \cdot h \cdot \sum A_n \cdot X_n}{\gamma \cdot h \cdot \sum A_n} = \frac{\sum A_n \cdot X_n}{A}; \quad Y_c = \frac{\sum A_n \cdot Y_n}{A};$$

$$Z_c = \frac{\sum A_n \cdot Z_n}{A};$$

3) Якщо тіло є однорідним дротом сталого поперечного перерізу A , то сила тяжіння елементарної частинки, виражена через довжину l_n **буде** $G_n = \gamma \cdot l_n \cdot A_n$, тоді для лінії

$$X_c = \frac{\gamma \cdot A \cdot \sum l_n \cdot X_n}{\gamma \cdot A \cdot \sum l_n} = \frac{\sum l_n \cdot X_n}{l}; \quad Y_c = \frac{\sum l_n \cdot Y_n}{l}; \quad Z_c = \frac{\sum l_n \cdot Z_n}{l}$$

Методи знаходження координат центра ваги. Статична стійкість положення рівноваги твердого тіла.

Центр ваги тіла можна визначити *теоретичним* та *експериментальним* методами.

Існує три методи теоретичного визначення центра ваги: метод симетрії, метод розбиття, метод від'ємних мас.

Метод симетрії. Якщо однорідне тіло має площину симетрії, то центр ваги тіла лежить у цій площині; якщо однорідне тіло має вісь симетрії, то центр ваги тіла лежить на цій осі; якщо однорідне тіло має дві осі симетрії, то центр ваги тіла лежить у точці їх перетину; центр ваги однорідного тіла обертання лежить на осі обертання.

Метод розбиття – тіло розбивають на найменшу кількість частин, сила тяжіння і центри ваги яких відомі, після цього використовують формули, які розглянуті вище.

Метод від'ємних мас – тіло, яке має порожнини, вважають суцільним, масу ж вільних порожнин вважають від'ємною. Формули для визначення координат центра ваги тіла залишаються ті самі. Отже, для визначення центра ваги тіла, що має вільні порожнини, треба застосовувати метод розбиття, але масу вільних порожнин вважати від'ємною.

Тіло під дією власної ваги може перебувати в стані спокою лише тоді, коли напрям сили ваги проходить через точку опори, оскільки тільки в цьому випадку сила ваги буде зрівноважуватись силою опору в'язі.

При цьому можливі такі три випадки :

1) **Центр ваги тіла знаходиться вище опори** (рис.2, а). Коли тіло відхилити від положення рівноваги (рис.2,б), виникне пара сил Q, N , яка почне відхиляти тіло від свого початкового положення. Така рівновага називається *нестійкою*.

Нестійка рівновага може бути лише тоді, коли центр ваги лежить вище

точки опори.

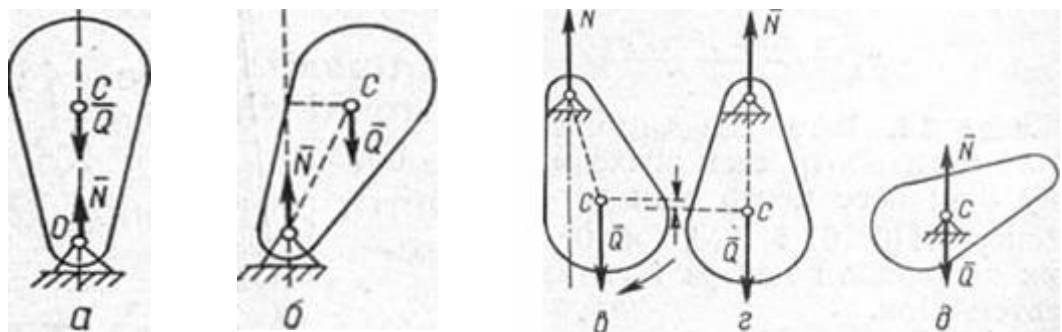


Рис.2

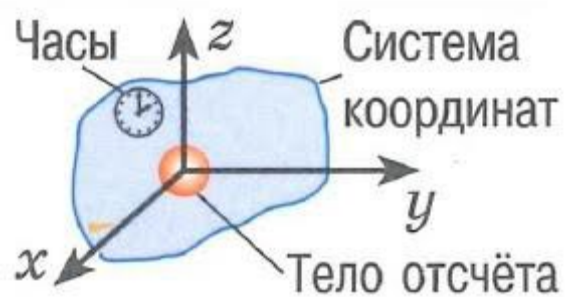
2) **Центр ваги знаходиться нижче точки опори** (рис.2, в, г). При відхиленні тіла з положення рівноваги виникне пара сил Q, N , що знову поверне його в початкове положення. Така рівновага називається *стійкою*. Це буде лише тоді, коли центр ваги тіла лежить нижче опори і займає найнижче з можливих положень.

3) **Центр ваги збігається з точкою опори** (рис. 2, д). В цьому випадку при відхиленні тіла з положення рівноваги центр ваги залишиться на місці, пара сил при цьому не виникне. Отже, тіло перебуватиме в стані спокою при будь-якому положенні. Така рівновага називається *байдужою*.

Якщо тіло має кілька точок опори, то рівновага буде стійкою доти, поки пара сил Q, N , що виникне, намагатиметься повернути тіло в початкове положення.

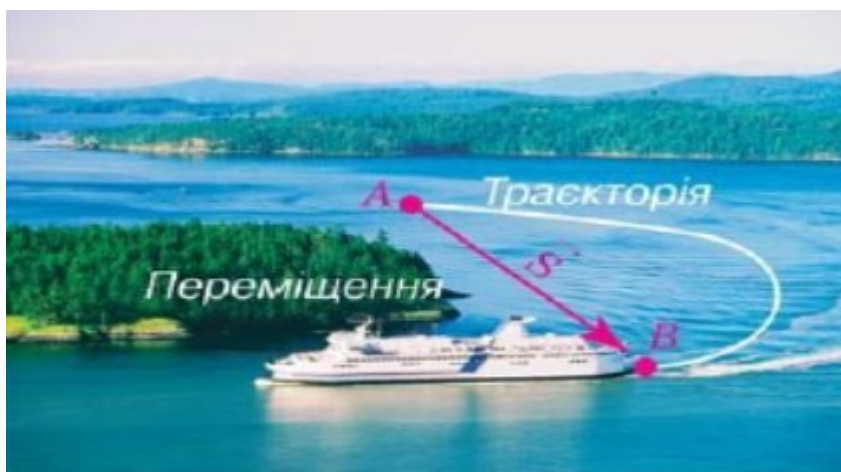
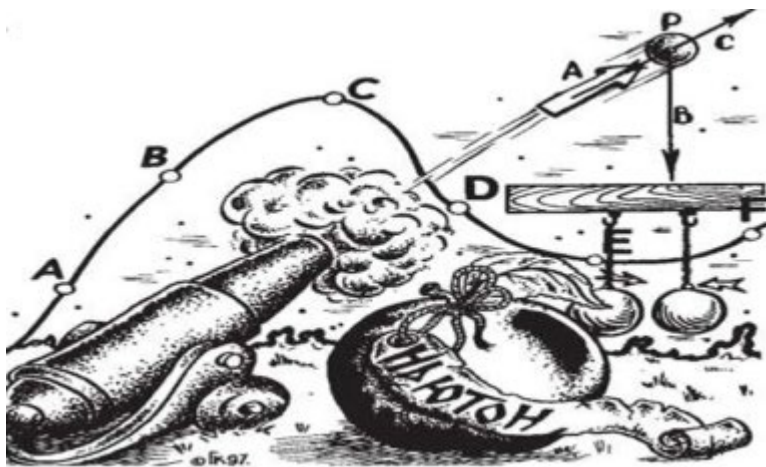
Наприклад, трактор буде стійким доти, поки напрям сили його ваги проходить між колесами. Якщо ж трактор займе таке положення, при якому лінія дії сили ваги його пройде через точку опори колеса, то рівновага буде нестійкою; при найменшому збільшенні кута нахилу сила ваги його утворить з силою опору ґрунту пару, яка перекине трактор.

Лекція 8

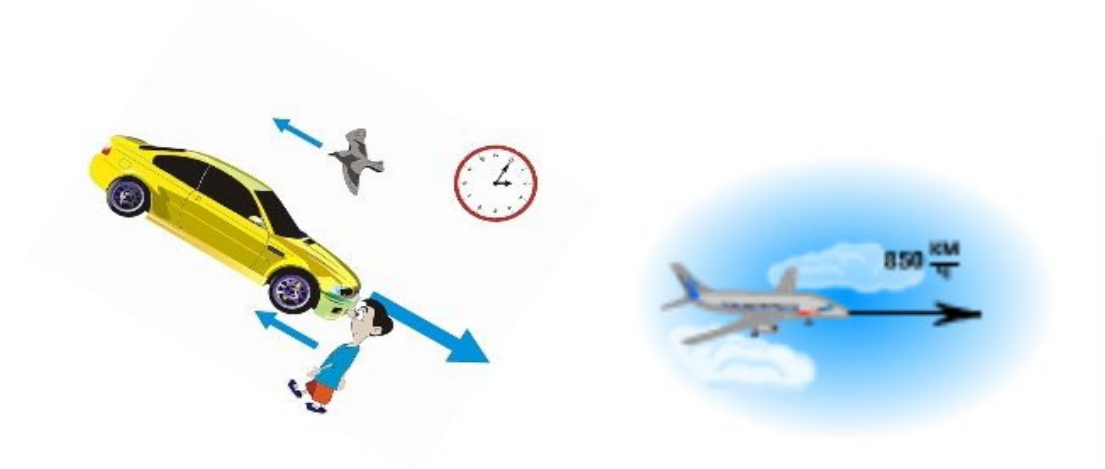


Кінематика — це розділ механіки, у якому вивчається рух матеріальних тіл у просторі з геометричної точки зору, тобто не враховуючи маси тіл, сил та причин, що викликають цей рух





L - траєкторія S - переміщення

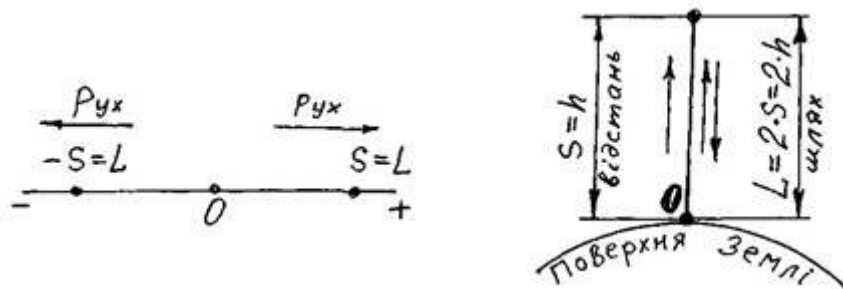


Основним завданням кінематики є знаходження положення тіла в будь-який момент часу, якщо відомі його положення, швидкість і прискорення в початковий момент часу.

Механічний рух – це зміна положення тіл (або частин тіла) відносно один одного в просторі з часом

Відстань S - це довжина ділянки траєкторії, відрахованої від початку відліку. Відлік відстані можна вести в обидва боки від початку відліку, тобто відстань величина алгебраїчна, може бути додатною ($S > 0$) або від'ємною ($S < 0$).

Шлях L - величина завжди додатна, при русі тіла завжди зростає. Відстань S та шлях L вимірюються в метрах (м).



Простір у класичній механіці вважається евклідовим, тобто таким, що не залежить від часу і від характеристик руху тіл у цьому просторі. Простір є тривимірним і однорідним. Одиниці виміру простору – метр (м) і похідні від нього (мм, см).

Розмірність простору – [довжина]. Час вважається універсальним, тобто однаковим в усіх системах відліку і не залежить від руху. Одиниці виміру часу – секунда (с) і похідні від неї (хв., год.). Проміжок часу – це перебіг часу між двома фізичними явищами. Момент часу – це границя між двома суміжними проміжками часу. Початковий момент часу – момент, з якого починається відлік. В курсі теоретичної механіки кінематика ділиться на кінематику точки і кінематику твердого тіла. Рух тіла може бути вимірюваний тільки відносно інших тіл. Тіло, відносно якого вимірюється рух і яке умовно вважається нерухомим, називається тілом відліку (в механіці – це Земля). Система відліку – це система координат, що незмінно пов'язана з тілом відліку

Рух тіла вважається кінематично визначеним, якщо відоме положення тіла і його точок (координати) у будь-який момент часу.

Рух тіла визначається рівняннями, в яких координати точок є функціями часу. Ці рівняння називаються законами руху, наприклад

Сукупність (послідовність) положень точки в просторі – це траєкторія руху

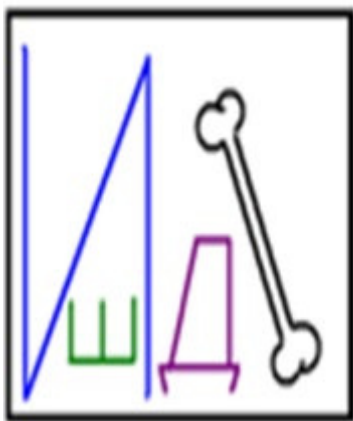
Основні кінематичні параметри:

- траєкторія руху: траєкторія(лінія, яку описує матеріальна точка , коли вона рухається;)
- шлях, який пройшла точка;
- відстань тіла чи точки від початку відліку;
- рівняння руху.

Рух точки можна задати такими способами:

- **натуральним (природним)**, коли відомі траєкторія руху, початок та додатний напрямок відліку та закон руху у вигляді $S=f(t)$, м

- **координатним**, коли відомі координати точки, яка рухається, в будь який момент часу, тобто: $X= f(t)$, м $Y= f(t)$, м $Z=f(t)$, м



Швидкістю називається величина, яка характеризує темп та напрямок руху точки. Швидкість, яку ми визначаємо за формулою

$$V = \frac{s}{t}, \frac{m}{c}$$

може характеризувати лише швидкість при рівномірному русі.

Миттєва швидкість характеризує швидкість в дану мить та є основною характеристикою тіла, що рухається

Модуль миттєвої швидкості визначається першою похідною шляху по часу, тобто:

-при натуральному (природному) способі завдання руху

$$V = \frac{ds}{dt} = S' \frac{m}{c}$$

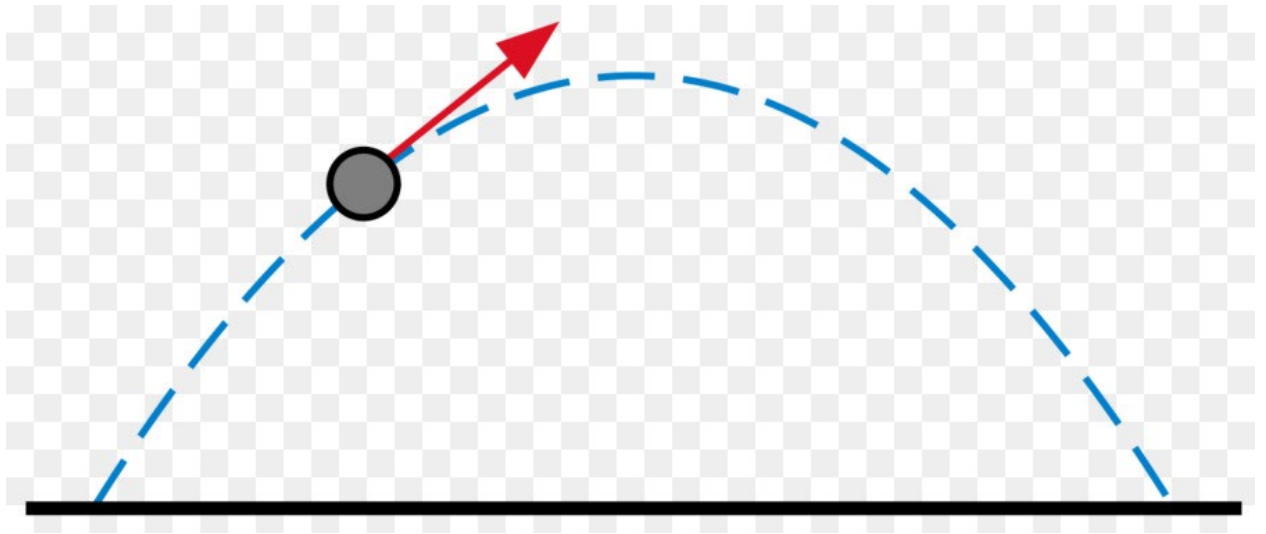
- при координатному способі завдання руху

$$V_x = \frac{dX}{dt} = X' \quad V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} \frac{m}{c}$$

$$V_y = \frac{dY}{dt} = Y'$$

$$V_z = \frac{dZ}{dt} = Z'$$

Напрямок швидкості визначається дотичною до траєкторії в даній її точці, як при натуральному способі завдання руху (траєкторія уже відома), так і при координатному, тому, що при координатному способі ми власне будемо траєкторію за координатами X, Y, Z



Прискорення – це така величина, яка показує зміну швидкості за модулем та напрямком.

Прискорення, яке показує зміну швидкості за модулем, називається

дотичним – a_τ . Воно спрямовано також по дотичній до траєкторії і в залежності від напрямку, збільшує чи зменшує модуль швидкості. Величина дотичного прискорення визначається першою похідною швидкості чи другою похідною шляху по часу.

Прискорення, яке характеризує зміну швидкості за напрямком, називається **нормальним** a_n . Воно спрямовано вздовж радіуса кривизни траєкторії до центру даної її точки.

При натуральному способі завдання руху ці прискорення визначаються:

$$a_\tau = \frac{dV}{dt} = V' = S'', \frac{M}{c^2} \text{ - дотичне}$$

$$a_n = \frac{V^2}{\rho} \text{ - нормальне}$$

$$\text{Повне } a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} \frac{M}{c^2}$$

При координатному способі завдання руху точки ці прискорення визначаються:

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} = V_x' = X''$$

$$a_y = \frac{dV_y}{dt} = V_y' = Y''$$

$$a_z = \frac{dV_z}{dt} = V_z' = Z''$$

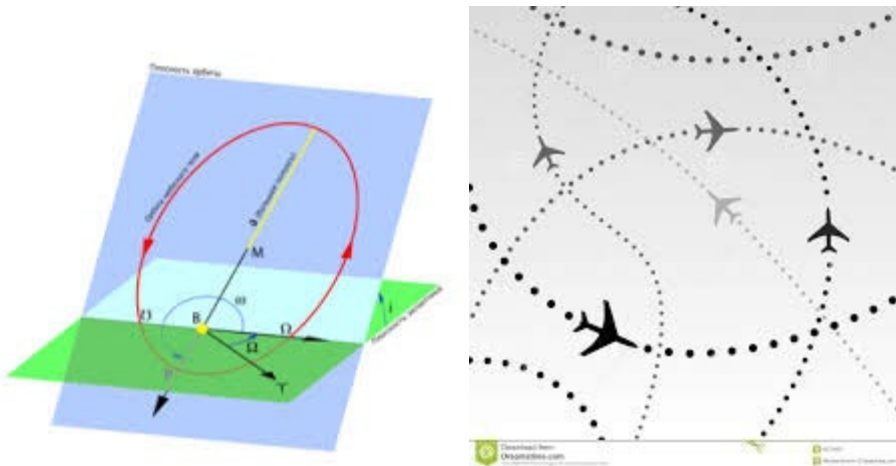
$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad \frac{M}{c^2}$$

Как решить задачи: ???????→!!!!!!

Знайти параметри руху точки: S, v, a_τ, a_n, a при $t =$, якщо відома функція $S = f(t)$ (див. таблицю варіантів)

Завдання К1

-Натуральний (природний) спосіб завдання руху точки



Відомі : - траєкторія руху

- початок відліку та його додатня спрямованість

- закон у вигляді $S = f(t)$

Приклад:

Припустимо, що задано закон руху $S = 0,2 t^3 - 2t + 5$, $t = 2c$, $\rho = 10m$

Визначити : S, v, a_τ, a_n, a

$$S = 0,2 \times 2^3 - 2 \times 2 + 5 = 2,6 \text{ м}$$

$$V = \frac{ds}{dt} = S' \quad V = 0,6t^2 - 2 \quad V = 0,6 \times 2^2 - 2 = 0,4 \text{ м/ с}$$

$$a_\tau = \frac{dV}{dt} = V' = S'' \quad a_\tau = 1,2 t \quad a_\tau = 1,2 \times 2 = 2,4 \text{ м/ с}^2$$

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{0,4^2}{10} = 0,016 \text{ м/с}^2$$

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} \quad a = \sqrt{2,4^2 + 0,016^2} = 2,4 \text{ м/с}^2$$

- **Координатный** спосіб завдання руху точки

Пример 1. Даны уравнения движения точки $x = 3t$; $y = 9t^2 - 4$; где x, y - в см, t - в с. Найти уравнение траектории точки и для момента времени $t_1 = 1$ с найти положение точки на траектории, ее скорость, полное, касательное и нормальное ускорения, а также радиус кривизны траектории.

Решение: Уравнения движения точки можно рассматривать как параметрические уравнения ее траектории. Чтобы получить уравнения траектории точки в координатной форме, исключим время t из уравнений ее движения

$$t = \frac{x}{3}; \quad y = 9\left(\frac{x}{3}\right)^2 - 4; \quad y = x^2 - 4.$$

Траекторией точки является парабола.

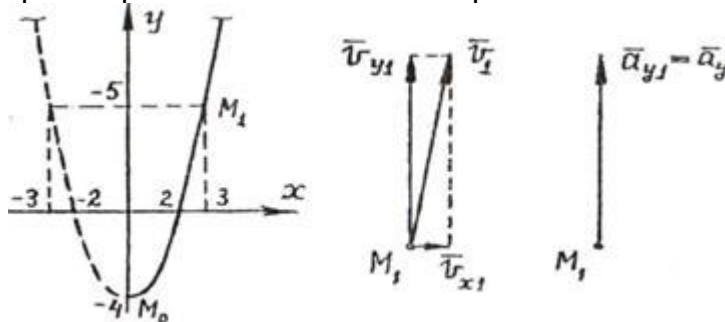


Рис. 1. Траектория движения точки

При $t_0 = 0$ и $t_1 = 1$ с соответственно получаем точки $M_0(0, -4)$ и $M_1(3, 5)$.

Скорость и ускорение точки

$$v_x = \dot{x} = 3 \text{ [см/с]}; \quad a_x = \ddot{x} = 0; \quad a_y = \ddot{y} = 18 \text{ [см/с}^2\text{]}.$$

$$v_y = \dot{y} = 18t \text{ [см/с]};$$

Заметим, что v_x , a_x и a_y не зависят от времени t .

При $t_1 = 1$ с получаем

$$v_1 = \sqrt{v_{x1}^2 + v_{y1}^2} = 18,25 \text{ см/с};$$

$$a_{x1} = 0; \quad a_{y1} = 18 \text{ см/с}^2; \quad a_1 = \sqrt{a_{x1}^2 + a_{y1}^2} = 18 \text{ см/с}^2.$$

Касательное и нормальное ускорения точки при $t_1 = 1$ с

$$a_{\tau 1} = \frac{|a_{x1}v_{x1} + a_{y1}v_{y1}|}{v_1} = 17,75 \text{ см/с}^2;$$

$$a_{n1} = \sqrt{a_1^2 - a_{\tau 1}^2} = 2,99 \text{ см/с}^2.$$

На рис. 1 показано положение точки M в заданный момент времени ($t_1 = 1$ с), а также выполнено построение векторов скорости и ускорения точки. Вектор $\vec{v}$

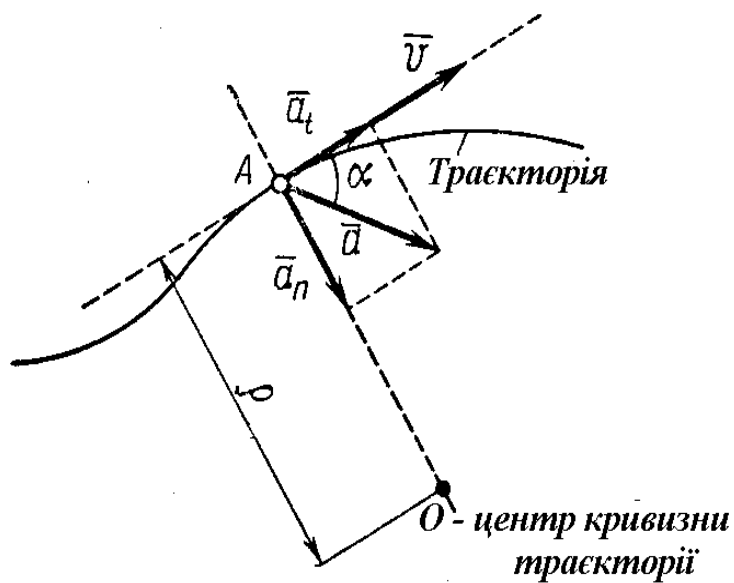
$\vec{v}_1$ построен по составляющим $\vec{v}_{x1}$ и $\vec{v}_{y1}$; этот вектор совпадает по направлению с направлением касательной к траектории. Вектор $\vec{a}_1$, построен по составляющим $\vec{a}_{x1}$ и $\vec{a}_{y1}$.

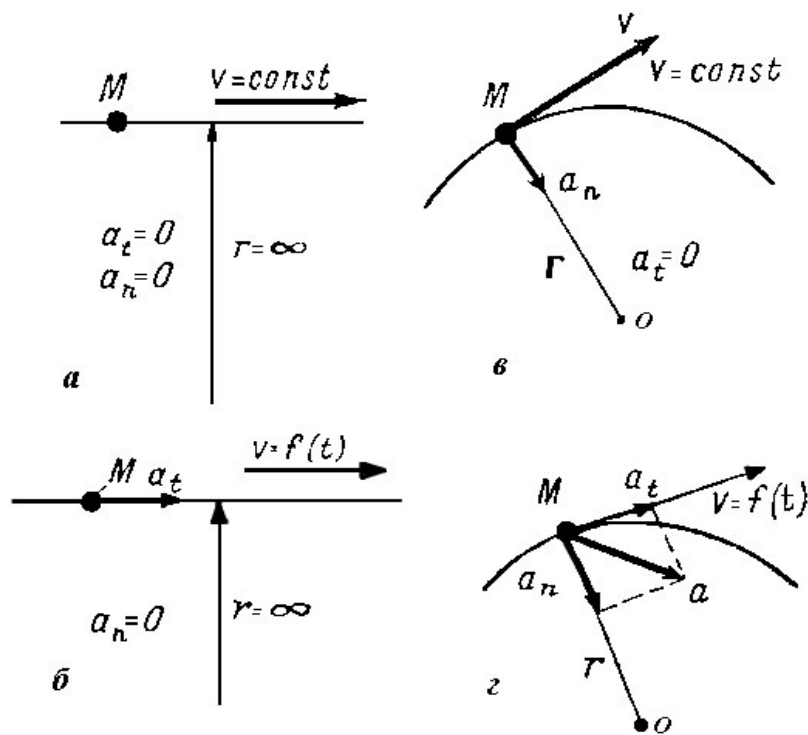
Радиус кривизны траектории при $t_1 = 1$ с

$$\rho = \frac{v_1^2}{a_{n1}} = 111,4 \text{ см.}$$

Расчеты показывают, что радиус кривизны траектории в точке $M_0(0,4)$ при $t_0 = 0$, $\rho_0 = 0,5$ [см].

Лекція 9





- рівномірний прямолінійний рух – $a_t = 0$ і $a_n = 0$ (рис. а);
- рівномірний криволінійний рух – $a_t = 0$ і $a_n \neq 0$ (рис. в);
- нерівномірний прямолінійний рух – $a_t \neq 0$ і $a_n = 0$ (рис. б);
- нерівномірний криволінійний рух – $a_t \neq 0$ і $a_n \neq 0$ (рис. г).

Розглядаючи види руху точки залежно від прискорення, слід звернути увагу на розрахункові формули для рівномірного та рівнозмінного руху точки

https://youtu.be/lqyxz_8YII фільм

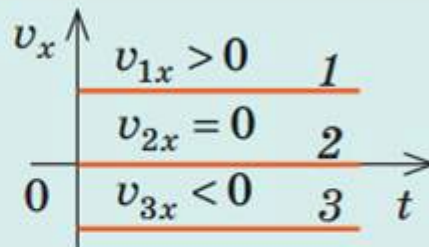
рівномірний

Прискорення руху
тіла: $a=0$



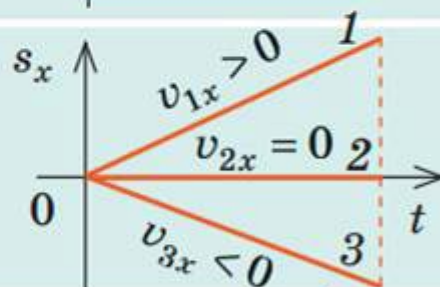
Проекція швидко-
сті руху тіла:

$$v_x = \frac{s_x}{t}$$



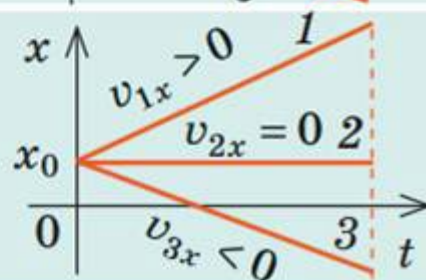
Проекція перемі-
щення тіла:

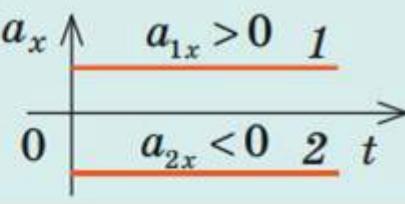
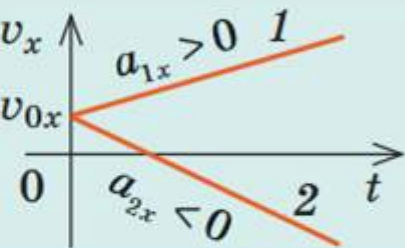
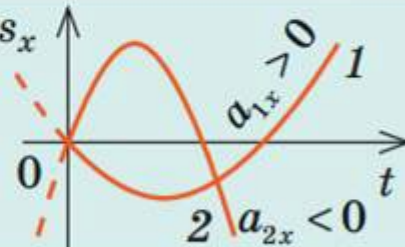
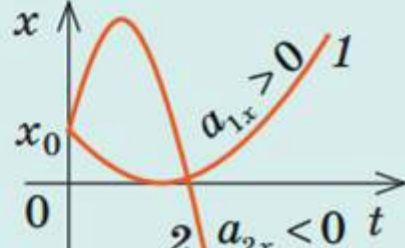
$$s_x = v_x t$$



Координата тіла:

$$x = x_0 + v_x t$$



рівноприскорений	
Проекція прискорення руху тіла: $a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t}$	
Проекція швидкості руху тіла: $v_x = v_{0x} + a_x t$	
Проекція переміщення тіла: $s_x = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$	
Координата тіла: $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$	

—

Рівномірний рух- це рух із незмінною швидкістю $S = \text{const}$

$X = X_0 + Vt$ - закон руху

Рівноперемінний рух — це рух із незмінним прискоренням, тобто рух, під час якого швидкість руху тіла змінюється однаково за будь-які рівні інтервали часу.

Место для формулы.

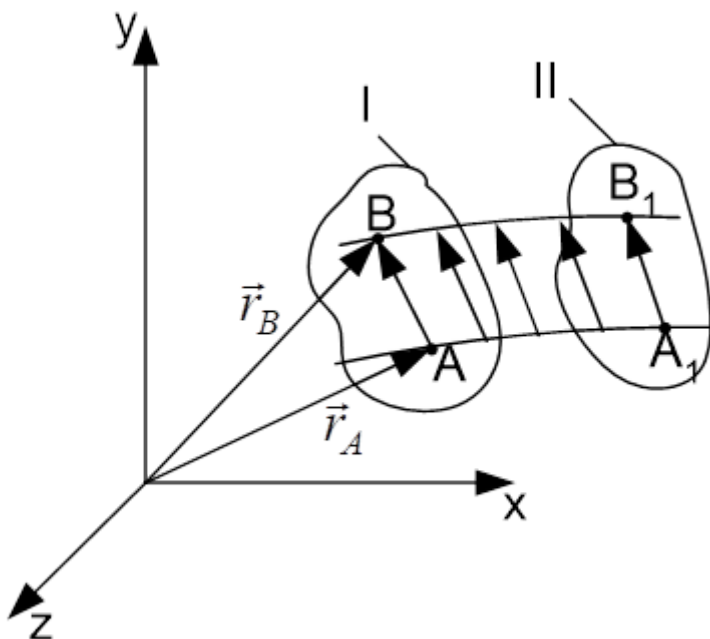
$X = X_0 + V_0t + \frac{at^2}{2}$ закон рівнозмінного руху

Лекція 10

Поступальний рух твердого тіла

Нехтувати розмірами тіла і приймати його за точку можна лише в окремих випадках, а не завжди. Під час руху тіла всі його точки, в загальному випадку, описують різні траєкторії та мають різні швидкості і прискорення. Тому, щоб описати рух будь-якого реального тіла, взагалі кажучи, потрібно знайти рух кожної його точки. **Основним завданням кінематики твердого тіла є встановлення способів описання його руху і визначення кінематичних характеристик руху, властивих як для тіла в цілому, так і для окремих його точок.**

Поступальним називається такий рух твердого тіла, при якому **довільна пряма**, проведена в тілі, що рухається, **залишається паралельною своєму початковому положенню**. При поступальному русі точки тіла можуть мати різні траєкторії. Так, наприклад, корпус паровоза на прямолінійній ділянці рухається поступально, і траєкторіями його точок є прямі лінії. Траєкторії же точок спарника коліс **AB** (рис.2.2) по відношенню до корпусу паровоза є колами, а по відношенню до землі – циклоїди. При цьому спарник **AB** при обертанні кривошипа **OA** ($OA = O_1B$, $AB = OO_1$) рухається поступально (рис.2.2), оскільки будь-яка пряма проведена в спарнику залишається в процесі його руху напрямленою паралельно сама собі. Отже при поступальному русі тіла траєкторії його точок можуть бути як прямолінійні, так і криволінійні, але всі точки тіла описують однакові (співпадаючі при накладанні) траєкторії.



Якщо тіло здійснює поступальний рух, то **всі точки тіла одержують за проміжок часу dt рівні за величиною і напрямком переміщення, внаслідок чого швидкості і прискорення всіх точок у кожний момент часу однакові.**

Отже

$$v_B = v_A \quad (3.1)$$

– вектори швидкості довільних точок **A і B** рівні між собою та **$a_A = a_B$** (3.2)

– вектори прискорення довільних точок **A і B** теж рівні між собою.

Таким чином поступальний рух твердого тіла повністю визначається рухом будь-якої однієї його точки, тому вивчення поступального руху тіла зводиться до задачі кінематики точки.

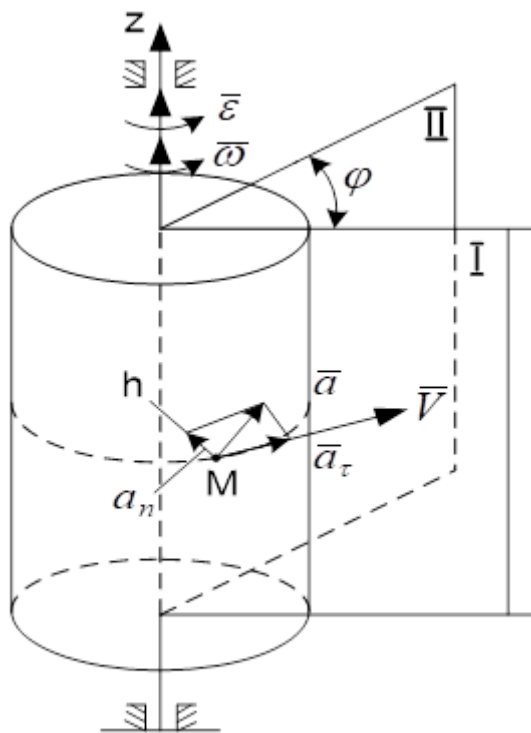
Контрольні запитання

1. Який рух твердого тіла називається поступальним? Наведіть приклади такого руху.
2. Які траєкторії мають точки твердого тіла, що здійснює поступальний рух?
3. Які основні властивості твердого тіла, що здійснює поступальний рух?

Обертальним рухом твердого тіла навколо нерухомої осі називається такий, при якому **всі його точки рухаються по концентричним колам, центри яких лежать на нерухомій прямій, яка називається віссю обертання.** У цьому випадку всі точки, крім тих, що лежать на осі обертання, здійснюють рух в площинах, перпендикулярних до осі обертання.

Обертальним рухом твердого тіла називається такий рух, при якому залишаються нерухомими всі його точки, що лежать на деякій прямій, яка називається віссю обертання

Всі інші точки тіла рухаються в площинах, перпендикулярних осі обертання і описують кола, радіуси яких дорівнюють відстаням від точок в тілі до осі обертання, а центри лежать на нерухомій осі.



При обертанні твердого тіла навколо осі z його положення визначається кутом повороту φ . Кут φ вважається додатним, якщо перехід від площини I , нерухомо фіксованої у просторі, до площини II , незмінно зв'язаної з тілом, відбувається проти напрямку руху годинникової стрілки, а якщо за напрямком годинникової стрілки – від'ємним.

Закон руху тіла $\varphi = \varphi(t)$ називається кінематичним рівнянням обертального руху тіла навколо нерухомої осі.

Головні кінематичні характеристики обертального руху твердого тіла: кут повороту φ , кутова швидкість

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi} \quad [\text{сек}^{-1}] ,$$

кутове прискорення у даний момент часу

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \ddot{\varphi} \quad [\text{сек}^{-2}] .$$

Отже, кутова швидкість дорівнює першій похідній за часом від кута повороту φ . У техніці кутову швидкість часто задають числом n обертів за хвилину. Зв'язок між ω і n визначається формулою

$$\omega = \frac{2 \times \pi \times n}{60} = \frac{\pi \times n}{30} .$$

Якщо при обертанні тіла кутова швидкість є сталою ($\omega = \text{const}$), то обертання тіла називається рівномірним. При цьому кут повороту змінюється пропорційно часу:

$$\varphi = \omega \cdot t + \varphi_0,$$

де φ_0 - початковий кут повороту.

Це рівняння називається рівнянням рівномірного обертання тіла навколо нерухомої осі.

Кутове прискорення тіла ε характеризує швидкість зміни кутової швидкості ω за часом.

Кутове прискорення ε в даний момент часу дорівнює першій похідній за часом від кутової швидкості або другій похідній за часом від кута повороту.

Кутову швидкість і кутове прискорення можна зобразити у вигляді векторів $\vec{\omega}$ і $\vec{\varepsilon}$ (Рисунок 6.2).

Вектором $\vec{\omega}$ називають вектор, який чисельно дорівнює абсолютному значенню похідній кута повороту за часом: $\left(|\omega| = \frac{d\varphi}{dt} \right)$ і спрямований уздовж осі обертання у той бік, звідки обертання тіла видно таким, що відбувається проти годинникової стрілки.

Вектор кутового прискорення тіла знаходиться з рівняння

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

Якщо напрямок вектора $\vec{\varepsilon}$ співпадає з напрямком вектора $\vec{\omega}$, то обертання прискорене і протилежне $\vec{\omega}$ при сповільненому русі.

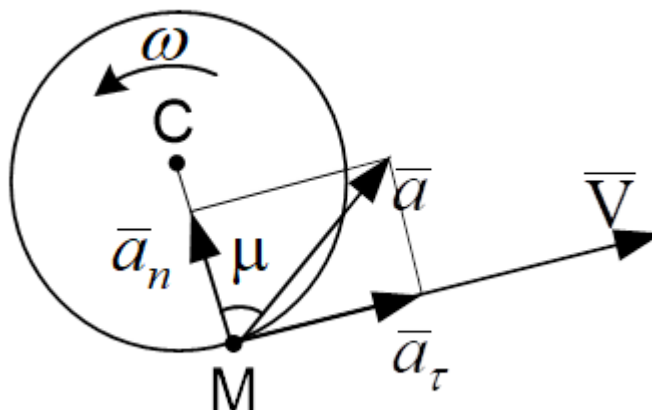


Рисунок 6.3.

Траєкторією будь-якої точки M тіла, яке обертається, є коло з центром C на осі обертання (Рисунок 6.3). Швидкість $\vec{V}$ будь-якої точки M тіла, яке обертається, спрямована перпендикулярно до прямої, яка з'єднує її з віссю обертання, у бік обертання тіла і за модулем дорівнює

$$v = \omega \cdot h,$$

де h – відстань від точки M до осі обертання, або радіус MC кола, яке описує точка M .

Прискорення точки M розкладається на тангенціальну (обертальну) $\overline{a_\tau}$ і нормальну (доцентрову) $\overline{a_n}$ складові, які за модулем дорівнюють

$$a_\tau = \varepsilon \cdot h; a_n = \omega^2 \cdot h; a = \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4} \cdot h.$$

Відхилення вектора повного прискорення $\bar{a}$ від радіуса, описуваного точкою кола, визначається кутом μ :

$$\operatorname{tg} \mu = \frac{a_\tau}{a_n} = \varepsilon / \omega^2.$$

Вектор $\overline{a_\tau}$ спрямований за дотичною до траєкторії у бік (обертання) руху при прискореному обертанні тіла і в протилежний – при сповільненому. Проекція прискорення точки на нормальну вісь $\overline{a_n}$ спрямована за радіусом MC до осі обертання, тобто у бік угнутості траєкторії точки M .

Питання для самоперевірки знань
та контролю засвоєння матеріалу

- 1 Який рух твердого тіла називається поступальним.
- 2 Чи можна звести кінематику поступального руху до кінематики точки?
- 3 Який рух твердого тіла називається обертальним?
- 4 Як визначити кутову швидкість та кутове прискорення твердого тіла, що обертається навколо нерухомої осі?
- 5 Який вигляд мають траєкторії точок твердого тіла, що обертається відносно нерухомої осі?
- 6 Як визначити швидкість та прискорення точок твердого тіла, яке обертається відносно нерухомої осі?

Передаточне число

З теорії: передавальне число - це відношення числа зубців на веденій шестірні до числа зубців ведучої шестірні. Якщо відома шестерня має 40 зубів, а ведуча - 20, то передавальне число дорівнює 2. Чим воно більше, тим мотор швидше як би розкручується до максимуму. Т.е підбираючи співвідношення провідна / ведена шестірня, зіставляючи його з об'ємом двигуна і його потужністю, виробник намагається зробити двигун максимально тяговітим, але при цьому і максимально швидкісним, адже на відміну від автомобіля у човнового мотора немає можливості міняти передаточні числа перемиканням передач.

Наприклад: у човнового мотора Suzuki DF 60 TL-передавальне відношення 2,27 у його прямого конкурента Mercury F60ELPT EFI цей же параметр 1,83. Це означає приблизно наступне: двигун Suzuki більш тяговит, він швидше набере максимальну швидкість, але сама максимальна швидкість буде вище у мотора Mercury. Все воно так, АЛЕ не варто забувати про такий важливий елемент як гребні гвинти. Він у значній мірі впливає на співвідношення тяговитості/швидкість. Якщо в нашому прикладі на Suzuki ми поставимо гвинт з 13 кроком, а на Меркурі з 12 це переверне всю картину з ніг на голову. Тобто двигун Меркурі швидше витягне човен на глісер, але його максимальна швидкість буде менше ніж у мотора Сузукі з 13-тим гвинтом.

Висновок: параметр «передавальне співвідношення» в човновій моторі варто розглядати тільки в зв'язці - судно (його тип і водотоннажність) / передавальне співвідношення / гвинт. Це складна задача, розв'язувана тільки фахівцями. Простим покупцям порада - не звертати особливої уваги на цей параметр. У будь-якому випадку підібравши правильний гребний гвинт завжди можна домогтися оптимального співвідношення тяговитості / швидкості. І тим більше не морочитися цифрами передавального числа, підбираючи мотор потужністю до 30 л

► МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ

- Обертальний рух у машинах і механізмах передається пучками - пасовими, ланцюговими і жорсткими - фрикційними, зубчастими - передачами. У пасових і фрикційних передачах використовуються сили тертя, а у зубчастих і ланцюгових - механічне зчеплення елементів передачі. Кожна з передач має ведучу ланку, що надає рух, і ведені ланки, які передають рух від даного механізму до другого, зв'язаного з ним.



Номер слайду 3

Номер слайду 4

Обертальний рух у машинах і механізмах передається гнучкими - пасовими, ланцюговими і жорсткими - фрикційними, зубчастими - передачами. У пасових і фрикційних передачах використовуються сили тертя, а у зубчастих і ланцюгових - механічне зчеплення елементів передачі. Кожна з передач має ведучу ланку, що надає рух, і ведені ланки, які передають рух від даного механізму до другого, зв'язаного з ним МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ

► МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ

- Передачі обертального руху широко застосовуються в механізмах і машинах. Вони забезпечують безперервний рівномірний рух.

Таблиця 1.1 Основні групи та види механічних передач

Групи передач	Передачі з жорстким зв'язком	Передачі з гнучким зв'язком
Передачі тертя	Фрикційні	Пасові
Передачі зачеплення	Зубчасті, черв'ячні, гвинт-гайка	Ланцюгові

Основна пр... механічних перед... узгодження парам... робочих органів... параметрами руху в... двигуна.

Усі механічні поділяють на дві групи:

- передачі, що базуються на використанні сил тертя (пасові, фрикційні);
- передачі, що базуються на зачепленні (зубчасті, черв'ячні, гвинтові).

Номер слайду 5

Передачі обертального руху широко застосовуються в механізмах і машинах. Вони забезпечують безперервний рівномірний рух. МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ Основне призначення механічних передач – це узгодження параметрів руху робочих органів машини з параметрами руху вала двигуна. Усі механічні передачі поділяють на дві основні групи: а) передачі, що базуються на використанні сил тертя (пасові, фрикційні); б) передачі, що базуються на зачепленні (зубчасті, черв'ячні, ланцюгові, гвинтові).

► МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ

- Передачі, що базуються на використанні сил тертя (пасові, фрикційні) ;



Пасова передача



Фрикційна передача

Номер слайду 6

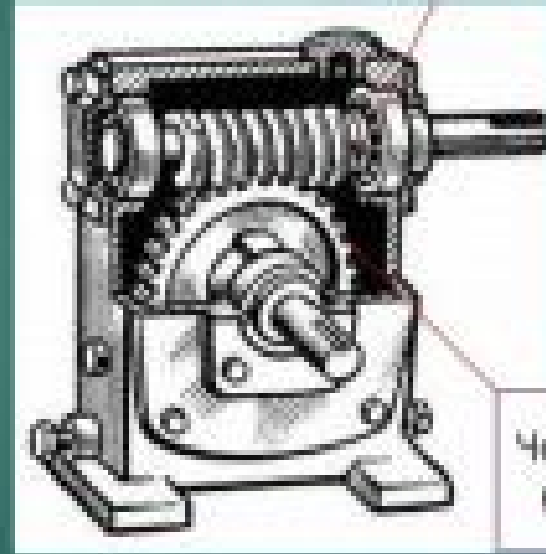
Передачі, що базуються на використанні сил тертя (пасові, фрикційні) ;
МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ Пасова передача
Фрикційна передача

► МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ

- Передачі, що базуються на зачепленні {зубчасті, ланцюгові, гвинтові}



Зубчата передача



Черв'ячна передача

Номер слайду 7

Передачі, що базуються на зачепленні (зубчасті, черв'ячні, ланцюгові, гвинтові)

МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ Зубчата передача

Черв'ячна передача

► МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ

- Передачі, що базуються на зачепленні {зубчасті, черв'ячні, ланцюгові, гвинтові}



Ланцюгова передача



Гвинтова передача

Номер слайду 8

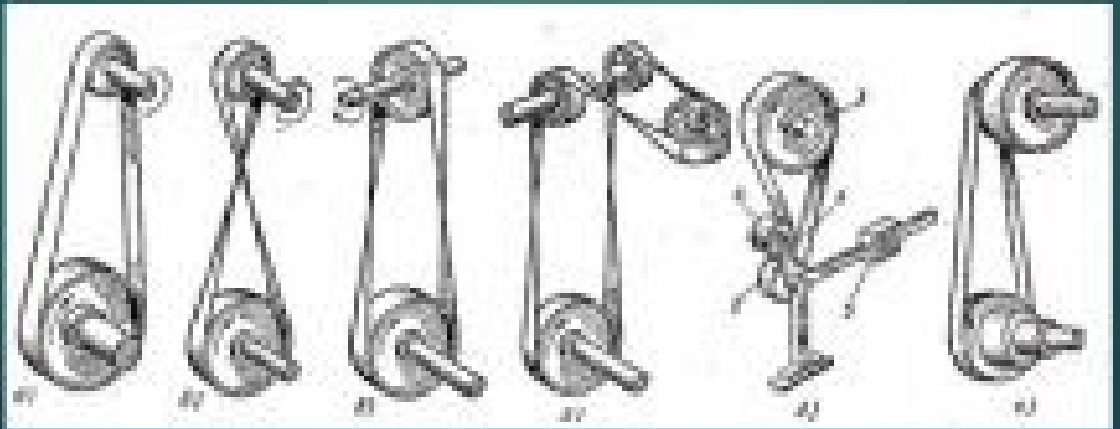
Передачі, що базуються на зачепленні (зубчасті, черв'ячні, ланцюгові, гвинтові)
МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ Ланцюгова передача
Гвинтова передача

► МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ

► Пасові передачі

Порівняно з іншими механічними передачами пасові дають змогу просто, безшумно передавати крутний момент від двигуна або проміжного валу до робочого органу верстата в достатньо широкому діапазоні швидкостей і потужностей. Пас охоплює два шків, насаджені на вали. Навантаження передається за рахунок сил тертя, що виникають між шківом і пасом внаслідок натягання останнього.

Застосовуються передачі з плоскими клиновими і круглими пасами.



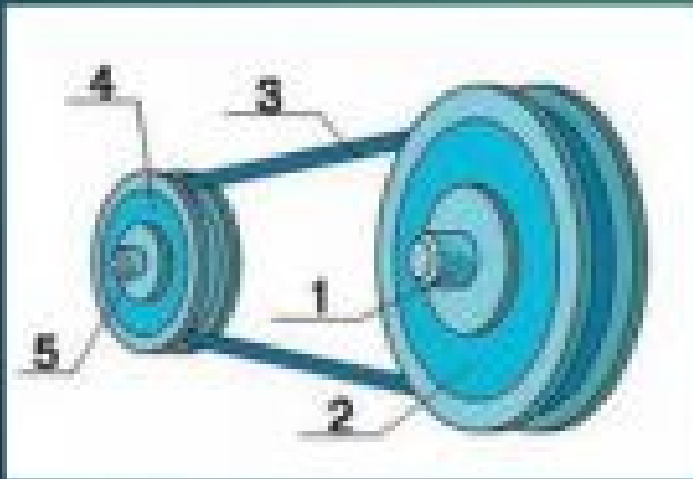
Номер слайду 9

Пасові передачі МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ Порівняно з іншими механічними передачами пасові дають змогу просто, безшумно передавати крутний момент від двигуна або проміжного валу до робочого органу верстата в достатньо широкому діапазоні швидкостей і потужностей. Пас охоплює два шків, насаджені на вали. Навантаження передається за рахунок сил тертя, що виникають між шківом і пасом внаслідок натягання останнього. Застосовуються передачі з плоскими клиновими і круглими пасами.

► МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ

► Пасові передачі

Пасові передачі поділяють на відкриті, перехресні і напівперехресні. У відкритій передачі вали розташовані паралельно один одному і шків обертається в одному напрямку. В перехресній вали розташовані паралельно але ведучий шків обертається, наприклад за годинниковою стрілкою а ведений - проти неї, тобто у зворотному напрямку. Напівперехресну передачу застосовують між валами, осі яких розташовані в різних площинах під кутом до одного.



1 — ведучий вал, 2 — ведучий шків, 3 — приводний пас, 4 — ведений шків, 5 — ведений вал

Номер слайду 10

Пасові передачі МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ 1 — ведучий вал, 2 — ведучий шків, 3 — приводний пас, 4 — ведений шків, 5 — ведений вал Пасові передачі поділяють на відкриті, перехресні і напівперехресні. У відкритій передачі вали розташовані паралельно один одному і шків обертається в одному напрямку. В перехресній вали розташовані паралельно але ведучий шків обертається, наприклад за годинниковою стрілкою а ведений - проти неї, тобто у зворотному напрямку. Напівперехресну передачу застосовують між валами, осі яких розташовані в різних площинах під кутом один до одного.

► МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ

► Переваги дії даного механізму та недоліки

Переваги

можливість передавання руху між валами, що знаходяться на значній відстані;
плавність та безшумність роботи, які обумовлені еластичністю паси;
запобігання різкому перевантаженню елементів машини внаслідок пружності паси та можливості його проковзування на шківів;
простота конструкції, обслуговування та догляду в експлуатації;
відносно високий ККД.

Недоліки

неможливість виконання малогабаритних передач (для однакових умов навантаження діаметри шківів майже у 5 разів більші, ніж діаметри зубчастих коліс);
несталість передавального числа через можливе проковзування паси;
підвищене навантаження валів та їхніх опор, що пов'язане із потребою достатньо високого попереднього натягнення паси;
низька довговічність приводних пасів (у межах 1000–5000 год).

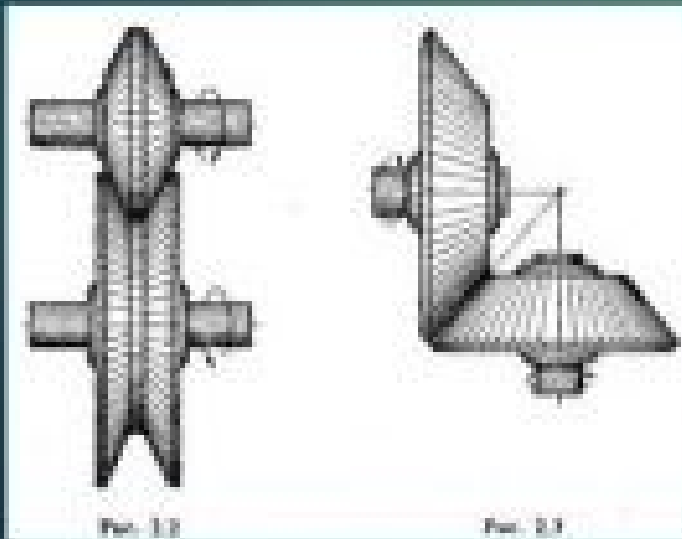
Номер слайду 11

МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ Переваги можливість передавання руху між валами, що знаходяться на значній відстані; плавність та безшумність роботи, які обумовлені еластичністю паси; запобігання різкому перевантаженню елементів машини внаслідок пружності паси та можливості його проковзування на шківів; простота конструкції, обслуговування та догляду в експлуатації; відносно високий ККД. Переваги дії даного механізму та недоліки Недоліки неможливість виконання малогабаритних передач (для однакових умов навантаження діаметри шківів майже у 5 разів більші, ніж діаметри зубчастих коліс); несталість передавального числа через можливе проковзування паси; підвищене навантаження валів та їхніх опор, що пов'язане із потребою достатньо високого попереднього натягнення паси; низька довговічність приводних пасів (у межах 1000–5000 год).

► МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ

► Фрикційні передачі

У фрикційних передачах обертальний рух передається від веденого вала за допомогою щільно притиснутих один до одного гладеньких коліс (дисків) циліндричної або конічної форми. Фрикційні передачі застосовуються в лебідках, гвинтових пресах, верстатах та інших машинах.



Щоб фрикційна передача працювала без ковзання і забезпечувала необхідну силу тертя (зчеплення), поверхню веденого колеса покривають шкірою, пресованим папером, деревиною або іншим матеріалом, який може створити потрібне зчеплення зі стальним або чавунним ведучим колесом.

Номер слайду 12

Фрикційні передачі МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ у фрикційних передачах обертальний рух передається від ведучого до веденого вала за допомогою щільно притиснутих один до одного гладеньких коліс (дисків) циліндричної або конічної форми. Фрикційні передачі застосовуються в лебідках, гвинтових пресах, верстатах та інших машинах. Щоб фрикційна передача працювала без ковзання і забезпечувала необхідну силу тертя (зчеплення), поверхню веденого колеса покривають шкірою, гумою, пресованим папером, деревиною або іншим матеріалом, який може створити потрібне зчеплення зі стальним або чавунним ведучим колесом.

► МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ

► Переваги дії даного механізму та недоліки

Переваги

простота конструкції;
безшумність;
рівномірність обертання;
можливість застосовувати їх при високих швидкостях;
проковзування (властивість запобігати перевантаженням веденого вала, що унеможливорює поломку передачі).

Недоліки

необхідність використання спеціальних притискальних пристроїв;
великі навантаження на вали і підшипники;
проковзування (нестабільність передатного відношення).

Номер слайду 13

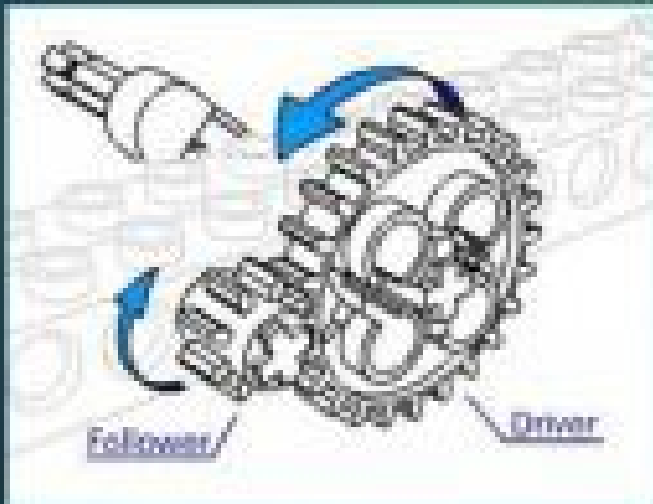
МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ Переваги простота конструкції; безшумність; рівномірність обертання; можливість застосовувати їх при високих швидкостях; проковзування (властивість запобігати перевантаженням веденого вала, що унеможливорює поломку передачі). Переваги дії даного механізму та недоліки Недоліки необхідність використовувати спеціальні притискальні пристрої; великі навантаження на вали і підшипники; проковзування (нестабільність передатного відношення).

► МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ

► Зубчата передача

У зубчастих передачах рух передається за допомогою пар зубчастих коліс. Менше зубчасте колесо називають шестірнею, а більше - колесом. Термін "зубчасте колесо" стосується як до шестірні, так і до колеса.

У кожному зубчастому колесі розрізняють три кола (ділильне, виступів і впадин) і три відповідних діаметри.



За профілем зубів розрізняють евольвентні, з зачепленням Новікова і циклоїдальні зубчасті передачі. У машинобудуванні широко застосовується евольвентне зачеплення. Принципово нове зачеплення Новікова можливе лише в косозубих передачах. Воно перспективне завдяки високій міцності. Циклоїдальне зачеплення використовується в різних приладах, у тому числі і в годинниках.

Номер слайду 14

Зубчата передача МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ У зубчастих передачах рух передається за допомогою пар зубчастих коліс. Менше зубчасте колесо називають шестірнею, а більше - колесом. Термін "зубчасте колесо" стосується як до шестірні, так і до колеса. За профілем зубів розрізняють евольвентні, з зачепленням Новікова і циклоїдальні зубчасті передачі. У машинобудуванні широко застосовується евольвентне зачеплення. Принципово нове зачеплення Новікова можливе лише в косозубих передачах. Воно перспективне завдяки високій міцності. Циклоїдальне зачеплення використовується в різних приладах, у тому числі і в годинниках. У кожному зубчастому колесі розрізняють три кола (ділильне, виступів і впадин) і три відповідних діаметри.

► МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ

► Зубчата передача

В залежності від взаємного розташування осей валів зубчасті поділяють на циліндричні, конічні і гвинтові. Циліндричні зубчасті для промислового обладнання виготовляють з прямими, косими і кутовими (шевронними) зубами

Червячна передача



Зубчасті зачеплення:

- а - циліндричне з прямими зубами,
- б - таке ж з косими зубами,
- в - з шевронними зубами,
- г - конічне,
- д - колесо-рейка,
- е - черв'ячне,
- є - з круговими зубами.

Номер слайду 15

Зубчата передача МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ В залежності від взаємного розташування осей валів зубчасті передачі поділяють на циліндричні, конічні і гвинтові. Циліндричні зубчасті колеса для промислового обладнання виготовляють з прямими, косими і кутовими (шевронними) зубами. Зубчасті зачеплення: а - циліндричне з прямими зубами, б - таке ж з косими зубами, в - з шевронними зубами, г - конічне, д - колесо-рейка, е - черв'ячне, є - з круговими зубами. Червячна передача

► МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ

► Переваги дії даного механізму та недоліки

Переваги

Зубчасті передачі мають широке поширення. Вони довговічні й надійні в роботі при додержанні допустимих рівнів навантажень та належний рівень обслуговування. Малогабаритний механізм забезпечує високий коефіцієнт корисної дії і може застосовуватися для широкого кола зміни швидкостей. Наявність зубів зачеплення дозволяє добиватися сталості передавальних відносин між пов'язаними валами з-за відсутності можливості їх проковзування. При цьому навантаження на вали не перевищують допустимих меж.

Недоліки

. В плані експлуатації механізм шумить при швидкості обертання. Він гнучко реагувати на зміни навантаження, так як являє собою жорстку конструкцію з точним регулюванням. У технологічному плані – це складність виготовлення пар коліс зачеплення. Для такого виду передач потрібна підвищена точність, так як зуби знаходяться в зачепленні при постійно змінній нарузі. В таких умовах можливі руйнування матеріалу. Це відбувається при перевищенні допустимих навантажень.

Номер слайду 16

МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ Переваги Зубчасті передачі мають широке поширення. Вони довговічні й надійні в роботі при додержанні допустимих рівнів навантажень та належний рівень обслуговування. Малогабаритний механізм забезпечує високий коефіцієнт корисної дії і може застосовуватися для широкого кола зміни швидкостей. Наявність зубів зачеплення дозволяє добиватися сталості передавальних відносин між пов'язаними валами з-за відсутності можливості їх проковзування. При цьому навантаження на вали не перевищують допустимих меж. Переваги дії даного механізму та недоліки Недоліки . В плані експлуатації – такий механізм шумить при високій швидкості обертання. Він не може гнучко реагувати на зміни навантаження, так як являє собою жорстку конструкцію з точним регулюванням. У технологічному плані – це складність виготовлення пар коліс зачеплення. Для такого виду передач потрібна підвищена точність, так як зуби знаходяться в зачепленні при постійно змінній нарузі. В таких умовах можливі руйнування матеріалу. Це відбувається при перевищенні допустимих навантажень.

► МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ

► Черв'ячна передача

Черв'ячна передача є невеликим зубчасто-гвинтовим механізмом, який здійснює рух за принципом гвинтової пари. Даний пристрій застосовується для передачі зусиль обертального руху між валами, кут схрещування яких становить 90 градусів.



Найчастіше провідною ланкою в конструкції даного механізму є «черв'як», тобто невеликий гвинт з трапецеїдальною різьбленням. Пристрій даної деталі дуже примітивне, і вся черв'ячна передача - це всього лише два механізми, головним з яких є той самий «черв'як». На вінці даного пристрою є зуби дугоподібної форми, які суттєво збільшують значення контактних ліній у місці механізму пристрою.

Номер слайду 17

Черв'ячна передача МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ

Черв'ячна передача є невеликим зубчасто-гвинтовим механізмом, який здійснює рух за принципом гвинтової пари. Даний пристрій застосовується для передачі зусиль обертального руху між валами, кут схрещування яких становить 90 градусів. Найчастіше провідною ланкою в конструкції даного механізму є «черв'як», тобто невеликий гвинт з трапецеїдальною різьбленням. Пристрій даної деталі дуже примітивне, і вся черв'ячна передача - це всього лише два механізми, головним з яких є той самий «черв'як». На вінці даного пристрою є зуби дугоподібної форми, які суттєво збільшують значення контактних ліній у місці механізму пристрою.

► МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ

► Переваги дії даного механізму та недоліки

Мотор редуктор черв'ячний та інші пристрої, виконані за цією технологією, відрізняються своєю безшумною і в той же час плавною роботою. Також дані пристрої досить компактні за розмірами, за рахунок чого мають відносно невелику масу конструкції. Мотор редуктор черв'ячний відрізняється своєю можливістю великого редукування - властивістю отримання високих передаточних чисел. Також даний пристрій володіє високою кінематичною точністю. Разом з тим основним його недоліком є порівняно низький коефіцієнт корисної дії. Дана характеристика утворюється за рахунок ковзання витків черв'ячного гвинта по зубах колеса пристрою. Також черв'ячна передача має високу схильність до заїдання, внаслідок чого пристрій даного механізму не може похвалитися своєю надійністю і довгим терміном експлуатації.



Номер слайду 18

Переваги дії даного механізму та недоліки МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ Мотор редуктор черв'ячний та інші пристрої, виконані за цією технологією, відрізняються своєю безшумною і в той же час плавною роботою. Також дані пристрої досить компактні за розмірами, за рахунок чого мають відносно невелику масу конструкції. Мотор редуктор черв'ячний відрізняється своєю можливістю великого редукування - властивістю отримання високих передаточних чисел. Також даний пристрій володіє високою кінематичною точністю. Разом з тим основним його недоліком є порівняно низький коефіцієнт корисної дії. Дана характеристика утворюється за рахунок ковзання витків черв'ячного гвинта по зубах колеса пристрою. Також черв'ячна передача має високу схильність до заїдання, внаслідок чого пристрій даного механізму не може похвалитися своєю надійністю і довгим терміном експлуатації.

► МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ

► Ланцюгові передачі

Ланцюгова передача являє собою замкнений металевий шарнірний ланцюг, що охоплює два зубчастих колеса (зірочки). На відміну від паса ланцюг не проковзує, крім того його можна застосовувати у передачах з малою відстанню між валами та в передачах з великим передаточним числом.

Ланцюгові передачі поділяють за такими ознаками: За типом ланцюга, яким оснащена передача, розрізняють ланцюгові передачі з: роликowymi ланцюгами; втулковими ланцюгами; зубчастими ланцюгами.



Ланцюгові передачі застосовують для передачі потужності від долей кіньської сили (велосипедні ланцюги) до тисячі кіньських сил (багаторядні ланцюги підвищеної міцності).

Ці передачі працюють на великих швидкостях, до 30 м/с, і передаточних числах до 15. В окремих випадках їх коефіцієнт корисної дії може становити 0,98.

Номер слайду 19

Ланцюгові передачі МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ

Ланцюгова передача являє собою замкнений металевий шарнірний ланцюг, що охоплює два зубчастих колеса (зірочки). На відміну від паса ланцюг не проковзує, крім того його можна застосовувати у передачах з малою відстанню між валами та в передачах з великим передаточним числом. Ланцюгові передачі поділяють за такими ознаками: За типом ланцюга, яким оснащена передача, розрізняють ланцюгові передачі з: роликowymi ланцюгами; втулковими ланцюгами; зубчастими ланцюгами. Ланцюгові передачі застосовуються для передачі потужності від долей кіньської сили (велосипедні ланцюги) до тисячі кіньських сил (багаторядні ланцюги підвищеної міцності). Ці передачі працюють на великих швидкостях, до 30 м/с, і передаточних числах до 15. В окремих випадках їх коефіцієнт корисної дії може становити 0,98.

► МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ

► Переваги дії даного механізму та недоліки

Переваги

можливість використання при значних відстанях між валами;
достатньо високий ККД;
можливість передавання обертового руху одним ланцюгом декільком валам, у тому числі і з протилежним напрямом обертання.



Недоліки

збільшення довжини ланцюга;
зношення шарнірних з'єднань;
відповідне ослаблення натягу;
нерівномірність руху ланцюга;
пов'язані з цим динамічні явища;
передачі та підвищений шум;
низька кінематична точність;
реверсуванні;
потреба застосування додаткових пристроїв для регулювання ланцюга.

Номер слайду 20

МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ Переваги можливість використання при значних відстанях між валами; достатньо високий ККД; можливість передавання обертового руху одним ланцюгом декільком валам, у тому числі і з протилежним напрямом обертання. Переваги дії даного механізму та недоліки Недоліки збільшення довжини ланцюга через зношення шарнірних з'єднань і відповідне ослаблення натягу; нерівномірність руху ланцюга і пов'язані з цим динамічні явища у передачі та підвищений шум; низька кінематична точність при реверсуванні; потреба застосування додаткових пристроїв для регулювання натягу ланцюга.

► МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ

► Гвинтова передача

Передача гвинт-гайка використовується для перетворення обертального руху у поступальний в різних галузях техніки; в приладах, верстатах, пресах, прокатних станах, випробувальних машинах тощо.

Класифікація.

З призначенням: кінематичні, силові;

За видом тертя: з тертям ковзання, з тертям кочення.

Остання має високий К.К.Д., але дорога.

Виконується передача за двома схемами:

схема 1: гвинт – обертальний рух, гайка – поступальний.

схема 2: гайка – обертальний рух, гвинт – поступальний.



Номер слайду 21

Гвинтова передача МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ

Передача гвинт-гайка використовується для перетворення обертального руху у поступальний в різних галузях техніки; в приладах, верстатах, пресах, прокатних станах, випробувальних машинах тощо. Виконується передача за двома схемами: схема 1: гвинт – обертальний рух, гайка – поступальний. схема 2: гайка – обертальний рух, гвинт – поступальний. Класифікація. З призначенням: кінематичні, силові; За видом тертя: з тертям ковзання, з тертям кочення. Остання має високий К.К.Д., але дорога.

► МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ

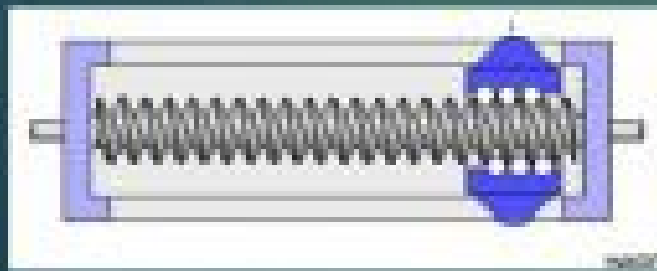
► Переваги дії даного механізму та недоліки

Переваги

Ці передачі безшумні в роботі, що досягається підвищеною плавністю зачеплення, прості за конструкцією і у виготовленні і дозволяють отримувати великий вигрaш у зусиллях.

Недоліки

До недоліків слід віднести низький ККД, схильність до відносна тихохідність перед

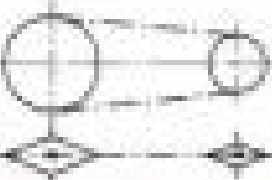


Номер слайду 22

МЕХАНІЗМИ ПЕРЕДАВАННЯ І ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ Переваги Ці передачі безшумні в роботі, що досягається підвищеною плавністю зачеплення, прості за конструкцією і у виготовленні і дозволяють отримувати великий вигрaш у зусиллях. Переваги дії даного механізму та недоліки Недоліки До недоліків слід віднести: відносно низький ККД, схильність до заїдання, відносна тихохідність передач.

Умовні графічні позначення

Правила визначень умовних графічних в схемах елементів кінематики регламентовані ДСТУ 2776-68

Найменування	Позначення
1. Вал, валок, штиф, шпindel	
2. Підшипник ковзний (без уточнення типу)	
3. Підшипник кульовий	
4. Муфта (без уточнення типу)	
а) муфта крутивна	
б) Переломі функцій	
а) з заокругленими кінцями	
б) з квадратними кінцями	
а. Переломі осей (зменшені) (без уточнення типу перелому)	
1. Переломі осей (зменшені) (без уточнення типу перелому)	

Номер слайду 23

Правила визначень умовних графічних в схемах елементів кінематики регламентовані ДСТУ 2776-68 Умовні графічні позначення

Умовні графічні позначення

Правила визначень умовних графічних в схемах елементів кінематики регламентовані ДСТУ 2776-68

1. Висхідні кулі (валювання) для уявлення того руху	
2. Висхідні кулі для уявлення того руху	
3. Висхідні кулі з висхідними рухами	
4. Мотор	
5. Рушійна	
6. Механізм	
7. Таблиця на машині, що працює рух	
8. Пружина	

Номер слайду 24

Правила визначень умовних графічних в схемах елементів кінематики регламентовані ДСТУ 2776-68 Умовні графічні позначення

Основні співвідношення для кінематичних параметрів навантаження механічних передач

Важливою характеристикою передач обертального руху є передаточне відношення або передаточне число

Відношення кутової швидкості, частоти обертання (числа обертів за хвилину) і діаметрів одного з валів до відповідних параметрів іншого вала, що обертається разом з першим валом, називається **передаточним відношенням**. Його позначають буквою u .

Відношення частоти обертання ведучого вала до частоти обертання веденого називають **передаточним числом**. Це число показує, у скільки разів прискорюється чи сповільнюється рух.

Номер слайду 25

Основні співвідношення для кінематичних параметрів і параметрів навантаження механічних передач Важливою характеристикою передач обертального руху є передаточне відношення або передаточне число. Відношення кутової швидкості, частоти обертання (числа обертів за хвилину) і діаметрів одного з валів до відповідних параметрів іншого вала, що обертається разом з першим валом, називається передаточним відношенням. Його позначають буквою u . Відношення частоти обертання ведучого вала до частоти обертання веденого називають передаточним числом. Це число показує, у скільки разів прискорюється чи сповільнюється рух.

Основні співвідношення для кінематичних параметрів навантаження механічних передач

Оскільки частота обертання (кількість обертів за хвилину) прямо пропорційна кутовій швидкості обертання, то передаточне відношення

$$u_{1-2} = n_1/n_2 = \omega_1/\omega_2$$

Передаточні відношення, виражені через діаметри початкових кіл і числа зубів z зубчастих коліс, рівні між собою:

$$u_{1-2} = D_2/D_1 = z_2/z_1$$

Тобто, отримати дані про передаточне відношення можна з будь-якого виразу:

$$u_{1-2} = n_1/n_2 = \omega_1/\omega_2 = D_2/D_1 = z_2/z_1$$

Номер слайду 26

Основні співвідношення для кінематичних параметрів і параметрів навантаження механічних передач Оскільки частота обертання (кількість обертів за хвилину) прямо пропорційна кутовій швидкості обертання, то передаточне відношення $u_{1-2} = n_1/n_2 = \omega_1/\omega_2$ Передаточні відношення, виражені через діаметри початкових кіл D і числа зубів z зубчастих коліс, рівні між собою: $u_{1-2} = D_2/D_1 = z_2/z_1$ Тобто, отримати дані про передаточне відношення можна з будь-якого виразу: $u_{1-2} = n_1/n_2 = \omega_1/\omega_2 = D_2/D_1 = z_2/z_1$

Основні співвідношення для кінематичних параметрів навантаження механічних передач

Оскільки частота обертання (кількість обертів за хвилину) прямо пропорційна кутовій швидкості обертання, то передаточне відношення

$$u_{1-2} = n_1/n_2 = \omega_1/\omega_2$$

Передаточні відношення, виражені через діаметри початкових кіл і числа зубів z зубчастих коліс, рівні між собою:

$$u_{1-2} = D_2/D_1 = z_2/z_1$$

Тобто, отримати дані про передаточне відношення можна з будь-якого виразу:

$$u_{1-2} = n_1/n_2 = \omega_1/\omega_2 = D_2/D_1 = z_2/z_1$$

Номер слайду 27

Основні співвідношення для кінематичних параметрів і параметрів навантаження механічних передач Оскільки частота обертання (кількість обертів за хвилину) прямо пропорційна кутовій швидкості обертання, то передаточне відношення $u_{1-2} = n_1/n_2 = \omega_1/\omega_2$ Передаточні відношення, виражені через діаметри початкових кіл D і числа зубів z зубчастих коліс, рівні між собою: $u_{1-2} = D_2/D_1 = z_2/z_1$ Тобто, отримати дані про передаточне відношення можна з будь-якого виразу: $u_{1-2} = n_1/n_2 = \omega_1/\omega_2 = D_2/D_1 = z_2/z_1$

Основні співвідношення для кінематичних параметрів навантаження механічних передач

Ведучі ланки та їх параметри прийнято позначати непарними цифрами 1, 3, 5 і т. д., ведені та їх параметри – парними цифрами 2, 4, 6 і т. д.
Наприклад: D_1 і D_2 – діаметри ведучого і веденого шківів зубчастих коліс, зірочок і т. д.;
 z_1 і z_2 – числа зубів ведучого і веденого зубчастих коліс, зірочок; n_1 і n_2 – частоти їх обертання (числа обертів); ω_1 і ω_2 — кутові швидкості.

ПЕРЕДАТОЧНЕ ВІДНОШЕННЯ=

(БІЛЬШИЙ ШКІВ) /

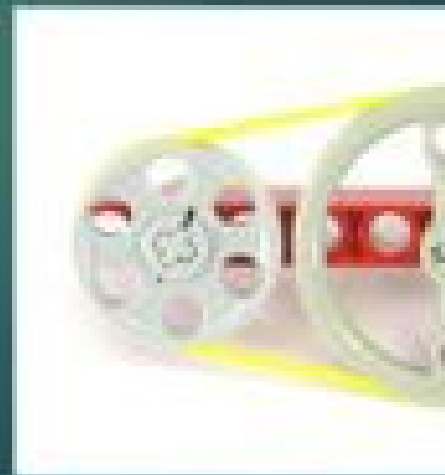
(МАЛИЙ ШКІВ)

$u = D_2/D_1$, где

u – передаточне відношення,

D_1 – діаметр меншого шківа,

D_2 – діаметр більшого шківа.



Номер слайду 28

Основні співвідношення для кінематичних параметрів і параметрів навантаження механічних передач Ведучі ланки та їх параметри прийнято позначати непарними цифрами 1, 3, 5 і т. д., ведені та їх параметри - парними цифрами 2, 4, 6 і т. д. Наприклад: D_1 і D_2 – діаметри ведучого і веденого шківів зубчастих коліс, зірочок і т. д.; z_1 і z_2 - числа зубів ведучого і веденого зубчастих коліс, зірочок; n_1 і n_2 - частоти їх обертання (числа обертів); ω_1 і ω_2 — кутові швидкості. ПЕРЕДАТОЧНЕ ВІДНОШЕННЯ= (БІЛЬШИЙ ШКІВ) / (МАЛИЙ ШКІВ) $u = D_2/D_1$, где u – передаточне відношення, D_1 – діаметр меншого шківа, D_2 – діаметр більшого шківа.

Перевірте себе!

- ▶ Надайте поняття передачі обертального руху. Механічні передачі.
- ▶ Назвіть види механічних передач.
- ▶ Передавальне відношення та передавальне число.
- ▶ Який принцип роботи фрикційної, пасової, зубчастої, ланцюгової, черв'ячної передачі
- ▶ Наведіть переваги і недоліки, призначення фрикційної, пасової, зубчастої, ланцюгової, черв'ячної передачі

Номер слайду 29

* Перевірте себе! Надайте поняття передачі обертального руху. Механічні передачі. Назвіть види механічних передач. Передавальне відношення та передавальне число. Який принцип роботи фрикційної, пасової, зубчастої, ланцюгової, черв'ячної передачі Наведіть переваги і недоліки, призначення фрикційної, пасової, зубчастої, ланцюгової, черв'ячної передачі

Номер слайду 30

У техніці обертальний рух і енергія від джерела енергії (електродвигуна) до користувача (робочої машини) передається за допомогою різноманітних СПОСОБИ ПЕРЕДАЧІ ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ

механізмів, які називають **ПЕРЕДАЧАМИ**.

Зобразимо блок-схему:



ЕЛЕКТРОДВИГУН (джерело енергії)	Зубчасті	Верстати
Основні характеристики:	Пасові	Преси
P (кВт) — потужність	Ланцюгові	Конвеєри
двигуна;	Черв'ячні	Транспортери
n (об/хв) - частота	Фрикційні	Ескалатори
обертання вала	Гвинтові	Лебідки
двигуна.	Рейка-колесо	Крани
	Кулачкові	

Функції, які виконують передачі, дуже різноманітні.

1 Деякі передачі здатні передавати енергію на велику відстань (до 15 метрів – пасові, до 8 метрів - ланцюгові).

2 Більшість передач здатна значно *зменшувати (або й збільшувати) кутову швидкість ротора двигуна* до необхідної для робочої машини **в декілька разів**. (Двигуни більш економічні ті, у яких велика частота обертання ротора, а робочим машинам потрібна набагато менша).

3 Водночас із зменшенням швидкості обертання ротора двигуна передачі здатні **збільшувати обертаючий момент** - силову характеристики двигуна - **в декілька разів**.

4 Деякі передачі здатні *перетворювати обертальний рух ротора двигуна* у зворотно - поступальний, переривчастий або коливальний рух робочої машини.

Тому передачі дуже поширені в усіх галузях техніки. Згадайте, де ви їх бачили.

Деталі кожної передачі мають окрему назву, наприклад:

- зубчаста передача — шестірня і зубчасте колесо;
- пасова — шківи і пас;
- ланцюгова — зірочки і ланцюг;
- черв'ячна — черв'ячний гвинт (черв'як) і черв'ячне колесо; -
фрикційна — котки або ролики.

Ці колеса закріплені на валах, які мають назву — ведучий вал або ведений. Кінці валів закріплені в підшипниках ковзання або кочення, завдяки яким вали легко обертаються разом із закріпленими на них колесами. Колесо і вал, які першими отримують енергію від двигуна, називаються **ВЕДУЧИМИ** - вони мають номер 1.

Колесо і вал, які обертаються завдяки зачепленню з ведучими (або завдяки тертю між ними), називаються **ВЕДЕНИМИ**- вони мають номер 2.

Якщо ведуче колесо менше веденого, передача працює як знижувальна. Такі передачі називають **РЕДУКТОРИ**. Далі будемо вивчати саме такі передачі.

Основною характеристикою будь-якого редуктора є передаточне число U , яке показує, у скільки разів знижується швидкість від ведучого валу до веденого за рахунок цієї передачі.

Виведемо формулу для обчислення передаточного числа U , загальну для усіх передач — редукторів. За приклад беремо найпростішу фрикційну передачу, яка працює без проковзування, тобто лінійні швидкості точок дотику котків однакові:

$$V_1 = V_2$$

Використаємо відомі нам із попередніх уроків залежності:

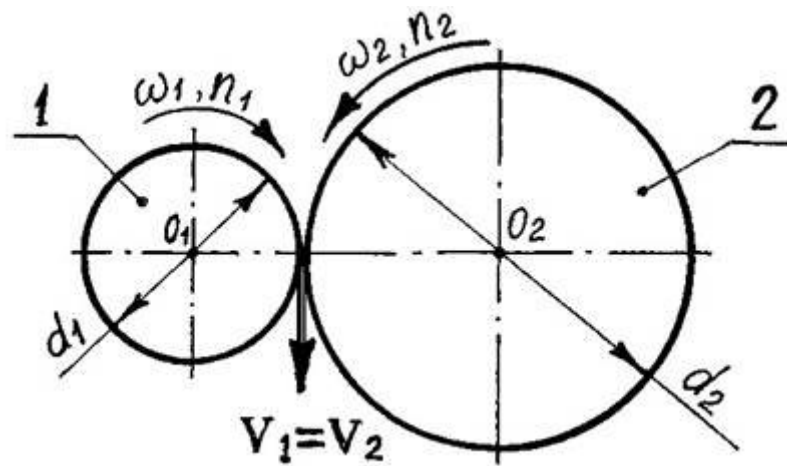
а) між кутовою швидкістю ω і частотою обертання n :

$$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30}$$

б) між діаметром колеса d і числом зубів Z на ньому :
на більшому колесі можна нарізати більше зубів, тобто $d \sim Z$;

в) між лінійною і кутовою швидкостями :

$$V = \omega \cdot R \quad \text{або} \quad V = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{60 \cdot 1000} \cdot \text{m/s}$$



Перетворимо останній вираз у відношення:

$$\omega_1 d_1 = \omega_2 d_2$$

$$u = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1}$$

основна формула для визначення передаточного числа. Для редукторів $u > 1$ завжди, тому що менше ведуче колесо 1 обертається швидше, ніж більше ведене 2, тобто $\omega_1 > \omega_2$ завжди.

ця формула показує, скільки обертів зробить ведуче колесо передачі, поки ведене колесо обернеться один раз.

Ці формули можна застосовувати для визначення передаточного числа так : **треба виміряти діаметри** колес фрикційної чи пасової передачі d_1 і d_2 , або ж **порахувати числа зубів** на зубчастих колесах чи зірочках ланцюгової передачі Z_1 і Z_2 . Завжди $d_2 > d_1$, $Z_2 > Z_1$, тож і виходить, що $u > 1$ **для передач – редукторів**.

Виключенням є черв'ячна передача, для якої Z_1 — це є число заходів різьби на черв'ячному гвинті: воно може мати тільки такі значення : 1, 2, 4. Тому черв'ячний редуктор завжди має **дуже велике передаточне число**, бо $Z_2 \gg Z_1$. Треба знати, як зображуються різні механічні передачі на кінематичних схемах. Розглянемо схеми на плакатах. Зіставимо схеми на плакатах, подані у двох проекціях, з моделями відповідних передач.

